

# INFERENCIAS CON INCONSISTENCIAS Y RESTRICCIONES EN DINÁMICA DE CREENCIAS

Diego Letzen – Luis Urtubey  
*Universidad Nacional de Córdoba*

## Introducción

Hay muchos ejemplos de situaciones que justifican considerar la inclusión de elementos inconsistentes en la representación de creencias como un problema mal abordado por el enfoque clásico. La lógica clásica resulta en muchos casos, especialmente restrictiva sobre la manera en que se relaciona la información a través de la inferencia. Su aplicación tiene estas consecuencias también, tal como sucede en el caso que nos ocupa en particular, es decir, con el empleo de lógica clásica en la dinámica de creencias considerada por el modelo conocido como AGM.

Este trabajo pretende desarrollar algunos de los aspectos relacionados con el tratamiento de las inconsistencias en contextos tradicionalmente asociados a aplicaciones de la lógica clásica, utilizando para ello algunos de los recursos provistos por la semántica de situaciones.

## El modelo AGM de dinámica de creencias

La dinámica de creencias es un área de estudio originada recientemente, a partir de la convergencia de dos tradiciones de investigación: una relacionada con la computación y el desarrollo de la *inteligencia artificial*, y la otra con la investigación filosófica. El estudio de temas relacionados con el aspecto dinámico de sistemas de creencias ha estado presente, tal vez, desde el comienzo de la pregunta por el conocimiento y por consiguiente desde los mismos orígenes de la reflexión filosófica.

En este siglo la reflexión acerca del proceso por el cual un individuo establece una nueva verdad o creencia en un conjunto de creencias previas, ya establecidas, se encuentra presente en autores como por ejemplo W. James (1907) y C. Peirce (1877). En los últimos 20 ó 30 años, a partir de trabajos como los de W. Harper (1976) o los de I. Levi (1980) en torno a las maneras de representar el cambio de

conocimiento y la discusión sobre los mecanismos por los cuales cambian las teorías científicas y sobre los criterios de racionalidad para la revisión de teorías y cambio de creencias se constituyó en una de las áreas más promisorias. Otro tanto sucedía en ámbitos relacionados con las ciencias de la computación y el estudio de actualización y manejo de bases de datos.

Dentro de esta tradición se destaca el modelo conocido como AGM desarrollado a partir de trabajos conjuntos de Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson.<sup>1</sup>

El modelo AGM ha permitido una presentación formal que logra dar cuenta de algunos principios racionales intuitivamente asociados con las operaciones de cambio de creencias en agentes, y sobre todo el estudio de las conexiones entre operaciones de revisión en él definidas y relaciones de consecuencia de no monotónicas.

En este modelo la representación de los estados epistémicos, o de creencias, de los agentes se realiza por medio de una función llamada *de soporte* por un conjunto de enunciados  $K$  (aquellos que el agente admitiría) definidos sobre un lenguaje  $L$ , cerrados bajo la operación de consecuencia clásica:

Se supone que son posibles tres actitudes epistémicas básicas: aceptación, rechazo e indeterminación, según si para un elemento  $\alpha \in L$  se tiene respectivamente  $\alpha \in K$ ,  $\sim\alpha \in K$  o,  $\alpha \notin K$  y  $\sim\alpha \notin K$ ; y en función de estas tres actitudes básicas, tres pares de tipos de cambio de creencia posibles: expansión (+) (de indeterminado a aceptado o de indeterminado a rechazado), revisión (\*) (de aceptado a rechazado o de rechazado a aceptado) y contracción (-) (de aceptado a indeterminado o de rechazado a indeterminado).

Las diferentes maneras de caracterizar los estados de creencias, cada una de estas operaciones y los criterios de racionalidad que las determinan, configuran los elementos de una teoría de cambio de creencias. Los elementos principales de esta configuración son los postulados que permiten caracterizar la dinámica en atención a ciertos principios o criterios de racionalidad. El aspecto dinámico de éste modelo es expresado por estas operaciones de cambio y el modo en que estas funcionan está representado por ciertas restricciones comprometidas con la racionalidad del cambio propuesto.

Por esto, AGM se ubica en el tipo de teorías del cambio de creencias caracterizadas por ajustarse a restricciones lógicas. Las llamadas 'restricciones de integridad' se aplican en este caso al proceso mismo de cambio, afectando a los propios operadores. La recompensa para esto parece estar en que el método elegido permite usar la lógica estándar, o la lógica clásica, como la operación de inferencia subyacente. Entre estos postulados de racionalidad se destaca el que establece

que 'debería mantenerse la consistencia de las creencias de un conjunto, siempre que fuera posible'.

Esta restricción parece dominar sobre todo la revisión de creencias. Por otro lado, puede entenderse que la misma permite distinguir la empresa de la revisión de creencias de la que corresponde a la lógica paraconsistente, que comparte el objetivo de explicar la deliberación racional frente a la presencia de información contradictoria. Se reconoce sin embargo que en todo caso no hay una clara línea de demarcación.

## Creencias Inconsistentes

Como ya se dijo, hay muchos ejemplos de situaciones que justifican considerar la inclusión de elementos inconsistentes en la representación de creencias como un problema mal abordado por el enfoque clásico. En muchos casos la falta de información suficiente, no justifica la eliminación de ningún elemento contradictorio y obligan a conservar creencias contradictorias hasta que se pueda decidir cual de ellas descartar. Este tipo de situaciones pueden estar asociadas a prácticas de investigación o de diagnóstico como sucede en el siguiente ejemplo:

Supóngase dadas las siguientes creencias: si el paciente es un albañil trabaja con cal ( $a \rightarrow b$ ), que no trabaja con cal ( $\sim b$ ) y que tose con frecuencia  $r$ . Lo que se representa de la siguiente manera:

$$K = \text{Cn}(\{a \rightarrow b, \sim b, r\})$$

Posteriormente se averigua que el paciente en cuestión es albañil ( $a$ ).

Si en este momento se procede a incorporar la nueva información recibida sin más contemplaciones obtendría:

$$K + a = \text{Cn}(\{a \rightarrow b, a, \sim b, r\})$$

Este conjunto es inconsistente puesto que  $b \in \text{Cn}(\{a \rightarrow b, a\})$  y para cualquier elemento  $c$  del conjunto  $L$  de elementos del lenguaje<sup>2</sup> se tiene que  $c \in \text{Cn}(\{b, \sim b\})$ , con lo cual se tendría que:

$$K = \text{Cn}(\{a \rightarrow b, a, \sim b, r\}) = L$$

Una consecuencia de la representación de estados de creencias por medio de

conjuntos de enunciados cerrados bajo consecuencia lógica clásica  $K = Cn(K)$ , es que la representación de estados inconsistentes es siempre igual al conjunto trivial  $Cn(\{\alpha, \sim\alpha\}) = Cn(\{\alpha \rightarrow \beta, \sim\alpha, \sim\beta\}) = L$  (un único conjunto que se supone representa el estado de creencias de todos los agentes inconsistentes y cuyos elementos son todos los elementos del lenguaje utilizado para representar las creencias de los agentes). Esto vale para cualquier conjunto inconsistente de creencias.

El modelo AGM tiene en principio dos formas de abordar la expansión en el caso de la potencial incorporación de elementos inconsistentes: Una es la de revisión. Eliminar del conjunto de creencias aquellos elementos que conjuntamente con el elemento a incorporar lo harían inconsistente, para posteriormente incorporar el elemento en cuestión con la certeza de que no resultará en un conjunto inconsistente.

Este procedimiento involucra la utilización de una función de selección que permita discriminar que elementos eliminar de entre todos los que contribuirían a crear la situación inconsistente. En principio,  $K - \sim a$  puede ser igual a  $Cn(\{-b, r\})$  o a  $Cn(\{a \rightarrow b, r\})$  según la selección que se haga, ya que  $\sim a \in Cn(\{a \rightarrow b, \sim b\})$  y es contradictorio con  $a$ .

Posteriormente, la incorporación de  $a$  dará como resultado, según la selección que se haya hecho previamente:

$$K' = Cn(\{a, \sim b, r\}) \text{ o } K'' = Cn(\{a \rightarrow b, a, r\})$$

Con lo cual, en su momento, se habrá tenido que elegir, que uno entre  $b$  o  $\sim b$  continúe en el conjunto de creencias (trabaja con cal, o no trabaja con cal), pero no ambos, dependiendo esto de qué conjunto se haya seleccionado al realizar la contracción.

La alternativa es eliminar la exigencia de trabajar con conjuntos cerrados bajo el operador clásico de consecuencia y limitarse a lo que se conoce como bases de creencias.

Una base de creencias carece de la exigencia de ser igual al conjunto de sus consecuencias, con lo cual podría tenerse como en el ejemplo anterior:

$$K = \{a \rightarrow b, a, \sim b, r\} \text{ pero } K \neq L.$$

Si bien dos bases inconsistentes son estáticamente equivalentes (representan en principio un mismo estado de creencias trivial) son dinámicamente diferentes, ya que pueden ser manipuladas a través de sucesivos cambios sin obtener resultado triviales, siempre como consecuencia de no estar cerradas lógicamente.<sup>3</sup>

Es decir que si se quiere considerar que el agente no debe vincular todas las situaciones con información inconsistente a una sola situación inoperante que se puede caracterizar como exceso de información, debe rechazarse la representación mediante conjuntos en favor de la de bases de creencias.

Sin embargo existe una gran diferencia entre trabajar con bases de creencias, decir que AGM puede en tal caso manejar información inconsistente y afirmar que se está trabajando con una lógica paraconsistente (es decir una lógica para la cual el principio  $a, \sim a \vdash b$ , no es un principio inferencial válido).

## Restricciones

En la *semántica situacional* —que proporciona en este marco algunos conceptos interesantes— se señala que el ‘flujo de la información’ es posible merced a la presencia de diversas ‘restricciones’, que vinculan diferentes tipos de situaciones, entendidas estas en su sentido ordinario, como referidas a una parte del transcurrir del mundo. Estas restricciones pueden ser leyes naturales, convenciones, reglas analíticas, reglas lingüísticas o empíricas, correspondencias de tipo legal, o lo que fuera. El significado reside justamente en relaciones sistemáticas de un tipo especial entre diferentes tipos de situaciones —relaciones con las cuales un agente se halla ‘sintonizado’. Estas restricciones sistemáticas entre tipos de situaciones permiten que una situación contenga información sobre otra. A su vez, la sintonía de un agente con tales restricciones posibilita que éste infiera correctamente algo a partir de otra cosa.

Así por ejemplo el enunciado *humo significa fuego* expresa una restricción (de la variedad de las leyes naturales). Dice que hay una relación de tipo legal que vincula las situaciones en las que hay humo con las situaciones en las que hay fuego. Si  $S$  es la clase de todas las situaciones  $s$  en las que hay humo y  $S'$  es la clase de todas las situaciones  $s'$  en las que existe fuego, entonces un agente (una persona por ejemplo) puede extraer la información de que hay fuego observando que hay humo, si es consciente de la restricción:  $S \Rightarrow S'$  que vincula los dos tipos de situaciones y expresa que la situación  $s$ , que pertenece a la clase  $S$ , genera o trae consigo, que haya una situación  $s'$  del tipo  $S'$ . El símbolo  $\Rightarrow$  no es usado en este caso, como a veces en la lógica clásica, para representar el condicional material, sino que la expresión  $S \Rightarrow S'$  significa aquí que hay un vínculo sistemático dado por la información, entre las situaciones comprendidas en la clase  $S$  y las incluidas en la clase  $S'$ .

Barwise señala que cuando indagamos acerca de la lógica de una actividad,

estamos buscando el conjunto de restricciones de la forma  $S \Rightarrow S'$  que rigen esta actividad. Ahora bien, estas restricciones tendrán que ver, como puede vislumbrarse a partir de lo anterior, con el asunto o el contenido particular sobre el que trata un argumento o un enunciado. Los enunciados se refieren a situaciones: los enunciados informativos contienen información sobre las situaciones de las que tratan. En este contexto debemos ubicar los enfoques tradicionales de la inferencia a través de la noción de consecuencia lógica, que –según Barwise– examinan una clase muy limitada de restricciones convencionales, a saber, aquellas relacionadas con el significado de las llamadas constantes lógicas. Sin embargo para alcanzar una explicación más genuina de la noción de lógica más próxima al sentido común, es necesario *examinar estas restricciones en el marco de todas las otras restricciones* que hacen posible que los agentes obtengan diversos tipos de información y establezcan vínculos entre las diversas partes de la información así obtenida. De este modo, podemos considerar también que la lógica de primer orden (la lógica de predicados o lógica clásica) se limita al estudio de aquellas restricciones particulares establecidas por los axiomas de la lógica de primer orden.

Lo que parece destacable en la observación anterior de Barwise, es el punto de *examinar estas restricciones en el marco de todas las otras restricciones*, que están vinculadas con una actividad en particular. Siguiendo esta línea, alcanzaremos no una alternativa de la lógica clásica, sino más bien una extensión de la misma.

¿Cuáles podrían ser, desde el punto de vista hasta aquí esbozado, las restricciones que entran en conflicto con la aplicación de la lógica clásica en el contexto de la dinámica de creencias?

A modo de ejemplo se pueden considerar las tres siguientes:

Una situación en que dos agentes tienen creencias inconsistentes no lleva a una situación en que éstos tienen las mismas creencias, o tienen *información* equivalente.<sup>4</sup>

Una situación del tipo en que un agente tiene una contradicción entre sus creencias, no se vincula con una situación en que éstas proliferan en forma descontrolada.

Una situación en la que un agente tiene creencias inconsistentes no debe llevar necesariamente a una en la que tenga creencias consistentes.

En el contexto de la dinámica de creencias, éstas se consideran como enunciados informativos o proposiciones, y no actitudes o fenómenos cognitivos. En cierto modo, se puede considerar también que la noción de 'estado de creencia' propia del enfoque AGM, queda comprendida bajo la noción de 'situación' empleada en este caso.

La segunda de las restricciones enunciadas parece estar asociada al uso de la

noción clásica de consecuencia en la representación de los estados de creencias por medio de conjuntos de creencias, por oposición a las bases de creencias, las que por no ser cerradas bajo esta operación (la consecuencia clásica  $\supset$ ) no serían representativas de este tipo de situaciones.

Sin embargo esta solución es parcial, como resultó de lo expuesto en el ejemplo anterior. La representación de estados de creencias por medio de bases sólo permite una solución al problema de la representación de inconsistencias, al precio de la eliminación de las inconsistencias en las sucesivas operaciones de cambio. Para poder atender las tres restricciones expuestas, es necesario realizar una modificación en las operaciones de cambio sensibles al operador clásico de consecuencia: la contracción y por ende en la operación de revisión que en ella se apoye.

### Una alternativa dentro del marco AGM

La expansión de bases no necesita ser cerrada, puesto que las bases no contienen, por definición, las consecuencias de sus elementos. Por otra parte, contraer una base de creencias por un enunciado consiste en realizar la intersección de una selección de los subconjuntos maximales de la base que no implican el enunciado a contraer.

Así,

$K \dot{-} b = \cap \gamma (K \perp b)$  en el caso de la contracción de intersección parcial.

Donde  $K \perp b$  identifica a los subconjuntos maximales de  $K$  que no implican a  $b$ , y  $\gamma$  es una función de selección sobre estos conjuntos. La contracción de  $b$  de  $K$  deberá en primer lugar eliminar, sin ninguna duda, algún elemento del subconjunto inconsistente  $\{a, a \rightarrow b, \sim b\}$ .

Como es evidente, ninguno de los subconjuntos maximales de  $K$  que no implican a  $b$ , contiene a  $b$ , pero tampoco puede contener ninguna inconsistencia puesto que de ella se podría inferir en el caso que nos ocupa  $b$ .

Podemos asegurar que el resultado de una contracción así definida:

- no contendrá el elemento contraído,
- contendrá todos aquellos elementos del conjunto original presentes en todos los conjuntos residuales (es decir que no implican de ninguna manera al elemento a contraer).

Pero también, que:

- *será consistente*, lo que está garantizado por el uso del operador de consecuencia clásico en la definición de los conjuntos residuales que servirán para calcular el resultado de la operación.

Sin embargo, la restricción considerada exigía que sea posible vincular, a lo largo de *sucesivos cambios de creencias*, aquellas situaciones en las que la información operante en la base de datos del agente es inconsistente con cierto tipo de situaciones específicas, discriminadas según los agentes y acotadas a la información expresada en la base.

En particular, por lo que hemos visto, debe modificarse la operación de contracción. De la caracterización hecha con base en postulados de las operaciones de cambio de creencias, podemos decir que la operación de contracción buscada podrá satisfacer sin problema los postulados de

Inclusión  $K-\alpha \subseteq K$

*Fracaso* Si  $\alpha \in Cn(\emptyset)$ , entonces  $K-\alpha = K$

*Vacuidad* Si  $\alpha \notin K$ , entonces  $K-\alpha = K$

*Extensionalidad* Si  $\alpha \leftrightarrow \beta \in Cn(\emptyset)$ , entonces  $K-\alpha = K-\beta$

*Relevancia* Si  $\beta \in K$  y  $\beta \vdash K-a$ , entonces existe algún conjunto  $K'$  tal que  $K-a \subseteq K' \subseteq K$  y que  $a \notin K'$  pero  $a \in K'+\beta$

El único postulado que deberá verse afectado es el de *éxito*, que establece que siempre que sea posible, debe realizarse la contracción. El único caso imposible es el de las tautologías, ya que estas pertenecen siempre a una teoría, que es el resultado de la contracción.

*Éxito* Si  $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ , entonces  $\alpha \notin K-\alpha$

## Contracción en presencia de Creencias Inconsistentes

Como ya se expresó, contraer una base de creencias por un enunciado consistente en extraer de la base aquellos elementos que implican el enunciado a contraer.

$K-r = K \setminus (\sigma(K \# r))$

Siempre que  $A \in (K \# r)$  si y sólo si:

✓  $A \vdash r$

✓ Si  $C \vdash r$  entonces  $C \notin A$

✓  $A \subseteq K$

Y tenemos además que  $\sigma$  es una función de incisión tal que:

$\sigma(K \# r) \subseteq \cup(K \# r)$  y,

si  $\emptyset \neq A \in (K \# r)$  entonces  $A \cap \sigma(K \# r) \neq \emptyset$

En el caso que nos ocupa, si  $K = \{a \rightarrow b, a, \sim b, r\}$

$(K \# r) = \{\{a \rightarrow b, a, \sim b\}, \{r\}\}$

por ejemplo puede ser  $\sigma_r(K \# r) = \{a, r\}$



$$\sigma_2(K\#r) = \{b, r\}$$

$$\sigma_3(K\#r) = \{\sim a, r\}$$

Pero lo que es seguro es que deberá eliminarse un elemento del conjunto inconsistente  $\{a \rightarrow b, a, \sim b\}$  en cualquier opción.

La opción pensada para obtener una dinámica que respete las restricciones anteriores para el cambio de creencias con inconsistencias sería la siguiente:

$$K-r = K \setminus (\sigma(K \Downarrow r))$$

$A \in (K \Downarrow r)$  si y sólo si:

- ✓  $A \vdash r$
- ✓ Si  $C \vdash r$  entonces  $C \not\subseteq A$
- ✓  $A \subseteq K$
- ✓  $\perp \notin Cn(A)$

$\sigma$  es una función de incisión tal que:

$$\sigma(K \Downarrow r) \subseteq \cup(K \Downarrow r) \text{ y,}$$

si  $\emptyset \neq A \in (K \Downarrow r)$  entonces  $A \cap \sigma(K \Downarrow r) \neq \emptyset$

$$(K \Downarrow r) = \{\{r\}\} \text{ y } \sigma(K \Downarrow r) = \{r\} \text{ y}$$

$$K-r = K \setminus (\sigma(K \Downarrow r)) = \{a \rightarrow b, a, \sim b\}$$

El resultado es una base de creencias que no contiene el elemento a contraer, pero que sí conserva aquéllos subconjuntos inconsistentes de la base original, que sólo lo implican clásicamente y por efecto del principio *ex falso sequitur quodlibet*.

Presumiblemente esta operación deberá satisfacer, además de los mismos postulados que satisfacía anteriormente, una versión del postulado de éxito reacondicionado como la siguiente:

*Éxito modificado* Si  $\alpha \notin Cn(\emptyset)$ , entonces para todo subconjunto consistente H de  $K-\alpha$ ,  $\alpha \notin Cn(H)$

## Conclusión

La solución que se ha propuesto aquí, no cambia la noción de consecuencia clásica por otra (por ejemplo paraconsistente) sino que se limita a restringir la aplicación de esta, mediante los recursos formales expuestos, en aquellos casos en que podemos tener la presencia de inconsistencias.

De algún modo se puede decir, que el cambio de un estado de creencia a otro no se apoya sólo en la lógica sino en criterios de índole más general, que son propios de cada actividad o tipo de cambio que se este representando. Haya o no

inconsistencias, como en el caso analizado. Más aún, los criterios propiamente lógicos son de tipo convencional y no corresponden a ningún ámbito específico. De este modo, los que se puedan encontrar en el cambio de creencias, podrían ser de un tipo parecido quizás al de los que se aplican en la percepción.

## Referencias bibliográficas

- Alchourrón, C., Gärdenfors, P. y D. Makinson (1985), «On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions», *Journal of Symbolic Logic* 50, 510-530.
- Barwise, J. (1989), *The situation in logic*, Stanford: CSLI Lecture Notes.
- Devlin, K. (1985), *Logic and information*, Nueva York: Cambridge University Press.
- Gärdenfors, P. (1988), *Knowledge in Flux. Modeling the Dynamics of Epistemic States*, Cambridge, Mass.: Bradford/MIT.
- Harper, W. (1977), «Rational Conceptual Change», *PSA* 1976, 462-494.
- James, W. (1907), *Pragmatism – A New Name for Some Old Ways of Thinking*, New York: Longmans, Green & Co.
- Levi, I. (1980), *The Enterprise of Knowledge*, Cambridge, Mass.: The MIT Press.
- Peirce, C.S. (1877), «The Fixation of Belief» (1982), en Fisch, M. (ed.), *Writings of Charles S. Peirce*, 1, Bloomington: University of Indiana Press.

## Notas

- 1 Alchourrón, Gärdenfors & Makinson (1985).
- 2 c podría ser que el paciente vuela o algo más trágico como que carece de pulmones.
- 3 Dos bases distintas pueden estar representando un conjunto de creencias –cerrado– que representa a su vez a un estado de creencias determinado (por ejemplo  $Cn(\{q, q \leftrightarrow p\}) = Cn(\{q, p\})$ ). Sin embargo ambas bases no se comportarán de la misma manera frente a las operaciones de cambio, por estar conformadas de manera distinta. Mientras que todos los conjuntos de creencias inconsistentes son equivalentes tanto estática como dinámicamente al conjunto de creencias trivial representado mediante el conjunto de elementos del lenguaje, esto no puede afirmarse de las bases de creencias por los motivos que acabamos de mencionar.
- 4 En realidad se tratarían de dos restricciones distintas que en este caso trataremos como una sola. Simplificando consideraremos ‘tener las mismas creencias’ y ‘tener información equivalente’ como distintos aspectos de una misma situación, aún cuando esto no es así. Distintos conjuntos de creencias pueden ser equivalentes en cuanto a la información que contienen, y por esto mismo, dos conjuntos con la misma información pueden comportarse en forma diferente frente a la dinámica (por tener en el nivel sintáctico distintos elementos para representar esa información). Obsérvese que la expresión ‘creencias inconsistentes’ refiere a elementos auto-inconsistentes y no de inconsistencia entre los agentes por tratarse de un modelo pensado para agentes individuales que carece de capacidad para expresar relaciones entre agentes.