# Naturalismo y entidades matemáticas

**Sandra Lazzer – Carlos Oller**
*Universidad de Buenos Aires*

El término *naturalismo* aparece en muchas discusiones filosóficas actuales adoptando sentidos diferentes, sentidos que a veces resultan estar sólo débilmente conectados entre sí. Hoy lo encontramos, junto con algunos de los términos asociados a él, en el ámbito de la epistemología, especialmente dentro de lo que se ha dado en llamar a partir de Quine el programa naturalizador de esa disciplina filosófica. Pero también es posible encontrarlo en la discusión de problemas en disciplinas tales como la filosofía de la mente y la ética.

A veces se suele plantear la posibilidad de asociar el naturalismo no ya con una cuestión a debatir a nivel de una teoría filosófica determinada, sino como una característica o propiedad metateórica adscribible a algunas de estas teorías. Además, podría también ser útil diferenciar entre adoptar una determinada tesis filosófica que pueda ser calificada de naturalista, y subscribir una *actitud filosófica* naturalista. Este cuadro de situación no hace más que poner en evidencia el hecho de que tal vez sea muy difícil –y en algún sentido poco interesante y provechoso– plantearse la posibilidad de tener una respuesta definitiva a preguntas muy generales como «¿qué es el naturalismo?» o «¿qué significa ser un naturalista?». Una posible estrategia es, entonces, ceñirse a un ámbito determinado de la filosofía, sea éste una disciplina, una teoría o simplemente un conjunto de problemas asociados de alguna manera entre sí.

En este artículo vamos a adoptar esta estrategia, en la medida en que trataremos de presentar una de las discusiones recientes en filosofía de la matemática, en la que han estado presentes consideraciones y tesis que se denominaron *naturalistas*. Esta discusión es la que se ha suscitado en torno al llamado *argumento de la indispensabilidad de las entidades matemáticas*, argumento éste que además es considerado por muchos autores como uno de los argumentos en favor del platonismo matemático. En su formulación contemporánea fue propuesto separadamente por W. V. Quine y H. Putnam. El propósito de este trabajo será entonces, evaluar cuál ha sido el impacto que el naturalismo matemático, y fundamentalmente el argumento de la indispensabilidad de las entidades matemáticas, ha tenido en las recientes discusiones acerca de la naturaleza de estas entidades. Para ello, analizaremos las tesis involucradas en el argumento de la indispensabilidad, y, en relación con las diversas críticas a las que se lo ha sometido, nos detendremos en aquellas dirigidas contra sus presupuestos naturalistas.

## Platonismo matemático y el argumento de la indispensabilidad

El platonismo matemático es una de las formas, tal vez la más difundida, que asume el realismo en matemática. El platonismo presupone una ontología realista en función de la cual la matemática resulta ser el estudio de entidades que poseen una existencia independiente de las actividades, creencias o capacidades de los seres humanos y, como consecuencia de ello, las verdades matemáticas son verdades objetivas.

Si se trata de caracterizar el *realismo* en filosofía de la matemática, hay tres cuestiones que es posible diferenciar: a) ¿qué tipo de entidades son las entidades matemáticas?, b) ¿qué acceso cognitivo tenemos a ellas?, y, c) ¿cómo adquieren significado los términos u oraciones que refieren a dichas entidades?. Aunque parecen ser tres cuestiones íntimamente ligadas, en el sentido de que la respuesta que demos a alguna de ellas de alguna manera involucrará algún supuesto respecto de la respuesta que demos a las otras cuestiones, en principio, identifican tres tipos de problemas distintos en relación con las entidades u objetos de la matemática.

El realismo es, en un claro sentido, una posición «natural» en filosofía de las matemáticas, dado que los enunciados de la matemática no hacen ninguna referencia explícita a alguna actividad, creencia o capacidad humana. Las razones que dieron lugar a posiciones antirealistas en este ámbito provienen de ciertas cuestiones que para los realistas resultan particularmente problemáticas, de las que tal vez la más emblemática sea la sintetizada por la pregunta b) formulada más arriba. Este problema concierne a nuestro conocimiento de las entidades matemáticas y, consecuentemente, a la conexión entre verdades y prácticas matemáticas. Típicamente, los antirealistas han argumentado que el tipo de entidades abstractas y objetivas que postulan los realistas como entidades matemáticas son inaccesibles para el conocimiento humano, lo que su vez conlleva una no muy clara relación con los procedimientos por los cuales determinamos la verdad de los enunciados donde aparecen las expresiones que las denotan. El desafío para un realista en filosofía de las matemáticas será entonces, dar cuenta de cómo el carácter abstracto y objetivo de las entidades matemáticas no entra en conflicto con nuestras capacidades cognitivas, mostrando a su vez cómo los procedimientos ordinarios de prueba o de justificación teórica pueden darnos información acerca de estas entidades.

Uno de los argumentos en favor del platonismo matemático, considerado por algunos autores como el más importante contra el nominalismo en matemática, es el llamado *argumento de la indispensabilidad de las entidades matemáticas*. En su formulación contemporánea este argumento deriva de trabajos de W.V. Quine y H. Putnam, y nos trata de convencer de que debemos dar a la existencia de las entidades matemáticas –tales como conjuntos, funciones o números– el mismo crédito que damos a la existencia de otras entidades pertenecientes a nuestras mejores teorías científicas –tales como átomos, electrones o genes.

Este argumento puede ser considerado un argumento en favor del realismo matemático en la medida en que intenta ofrecer una respuesta al problema acerca de qué acceso cognitivo tenemos a las entidades matemáticas. Para Quine y Putnam el hecho de que las mejores teorías científicas de las que disponemos – mejores en el sentido de ser explicativamente más exitosas – incluyan suposiciones acerca de la existencia de este tipo de objetos y contengan afirmaciones específicas acerca de ellos, es justificación suficiente para sostener la existencia de las entidades matemáticas y atribuirles determinadas propiedades. De acuerdo a esta concepción, la evidencia empírica que tenemos a favor de una teoría científica es también la evidencia a favor de la existencia de las entidades y de las afirmaciones matemáticas que resultan indispensables para la formulación de esa teoría.

El argumento Quine-Putnam acerca de la indispensabilidad de las entidades matemáticas ha recibido mucha atención en la literatura reciente sobre la filosofía de la matemática, pero también ha sido objeto de diversas críticas que han puesto en cuestión la verdad de sus premisas. Mark Colyvan ha ofrecido recientemente en diversos trabajos una esquematización del argumento Quine-Putnam que permite analizar claramente los presupuestos que subyacen a sus premisas, a saber las doctrinas del *naturalismo* y del *holismo confirmacional* sostenidas por Quine. En el apartado siguiente presentaremos el esquema de argumento propuesto Colyvan junto con sus presupuestos teóricos.

## El argumento de la indispensabilidad y sus presupuestos.

Mark Colyvan ha esquematizado el argumento Quine-Putnam acerca de la indispensabilidad de las entidades matemáticas de la siguiente forma:

(P1) Debemos comprometernos ontológicamente con todas aquellas entidades que son indispensables para las mejores teorías científicas, y sólo con ellas.

(P2) Las entidades matemáticas son indispensables para las mejores teorías científicas.

(C) Debemos comprometernos ontológicamente con las entidades matemáticas.

Esta formulación del argumento de Quine-Putnam es, desde el punto de vista de su forma, un razonamiento deductivamente válido. En lo que hace a su contenido, la primera premisa enuncia una tesis ontológica general a la que podemos llamar la *tesis óntica* de Quine, y la segunda premisa enuncia una tesis acerca de las entidades matemáticas a la que llamaremos la *tesis de la indispensabilidad de las entidades matemáticas.* Centraremos nuestro análisis en la primera de estas dos tesis, dado que es en ella donde están presupuestos el naturalismo y el holismo confirmacional de Quine.

En qué consiste el naturalismo quineano es una cuestión sobre la que no hay una única interpretación. El programa naturalización de la epistemología surge del reconocimiento de que el proyecto moderno para la teoría del conocimiento ha conducido a una vía muerta. La naturalización de la epistemología es la conclusión del desarrollo histórico del empirismo cuya quinta piedra miliar estaría dada por

> *el abandono de una filosofía primera que ve a la ciencia natural como una investigación empírica de la realidad falible y corregible pero no responsable ante ningún tribunal supracientífico (Quine, 1981, p. 72).*

La epistemología fundacionista que surge con la modernidad, tanto en su versión racionalista, trascendentalista, como empirista, hacía de la epistemología una filosofía primera que proporcionaría fundamentos para la ciencia. Quine dirigió en «La naturalización de la epistemología» su crítica demoledora contra la última y más prometedora versión del fundacionismo empirista: la «reconstrucción racional» de los términos teóricos emprendida por Carnap en su *Aufbau.* Pero una vez rechazada la concepción de la epistemología como filosofía primera, el naturalismo acepta que la teoría del conocimiento se practique *a posteriori* y utilizando toda la información disponible, en particular la proporcionada por la ciencia. Para muchos, sin embargo, ni el naturalismo en general, ni en particular su versión quineana, parecen agotarse con esta tesis antifundacionista. Por lo pronto, un corolario de esta tesis es la postulación de un continuo entre la ciencia y la epistemología. Esto constituiría una apuesta inicial del epistemólogo naturalista, una forma minimalista de naturalismo que rechaza la especulación filosófica *a priori* sobre el conocimiento humano y se compromete a tomar como punto de partida la información que la ciencia proporciona.

Volviendo al argumento de la indispensabilidad, el naturalismo nos recomienda creer sólo en aquellas entidades que resultan indispensables para las mejores teorías científicas. Pero hay un segundo presupuesto que nos obliga a aceptar a todas aquellas entidades: el holismo confirmacional defendido por Quine. Según la interpretación que Colyvan hace de la tesis óntica, es decir, de la primer premisa del argumento, ésta es un bicondicional que presupone tanto la justificación del naturalismo como del holismo confirmacional.

El holismo confirmacional de Quine es la tesis según la cual las teorías científicas son confirmadas o refutadas como totalidades. De modo que, si una teoría científica es confirmada por la evidencia empírica, toda la teoría lo es, y esto incluye a las partes de la matemática de las que haga uso la teoría y las entidades matemáticas que estén incluidas en ellas. En lo que hace a sus consecuencias ontológicas, el holismo nos induce a aceptar la existencia de todas las entidades pertenecientes a la teoría científica confirmada, ya que de acuerdo con el holismo no es posible admitir la existencia de algunas entidades de una teoría confirmada, v.gr. los electrones, y no admitir la de algunas otras de sus entidades, v.gr. los números complejos. El holismo complementa de este modo el naturalismo, que nos recomendaba aceptar sólo aquellas entidades pertenecientes a nuestras mejores teorías científicas. El holismo de Quine tiene, además, el atractivo de proponer una solución a un problema particularmente difícil para el platonista: el conocimiento de las entidades matemáticas y de sus propiedades. Según el holismo, llegamos al conocimiento de la existencia de objetos matemáticos y de sus propiedades de la misma manera en que adquirimos el conocimiento de la existencia de las propiedades de las entidades no-matemáticas. La evidencia que confirma la existencia de las entidades matemáticas es la evidencia empírica que confirma la teoría como totalidad.

La segunda premisa del argumento, la tesis de la indispensabilidad de las entidades matemáticas, hace necesaria una elucidación de la noción de (in)dispensabilidad que aparece en ella. Esta noción no puede caracterizarse sólo en términos de eliminabilidad de la entidad en cuestión, sino que se pide además que la teoría en la cual se ha eliminado la referencia a la entidad problemática sea preferible a aquella en la cual ella aparece. Esto se debe a que, debido al teorema de Craig, si así no lo hiciera podría suceder que ninguna entidad teórica resultase indispensable. En efecto, el teorema de Craig afirma que, en relación con una partición del vocabulario de una teoría axiomatizable T en dos clases $\tau$ y $\omega$ (teórico y observacional, por ejemplo), existe una teoría T' en ese lenguaje cuyo único vocabulario no-lógico es $\omega$ que tiene todas y sólo las consecuencias de T que son expresables usando sólo $\omega$.

No nos ocuparemos en este trabajo de la discusión teórica respecto de este segundo presupuesto del argumento de la indispensabilidad, aunque ha sido criticado, entre otros autores, por Hartry Field.

## Críticas a la tesis óntica de Quine

La verdad de la primera premisa del argumento de la indispensabilidad ha sido puesta en duda por aquellos que, como Penelope Maddy, no creen que una postura naturalista nos comprometa a aceptar la existencia de aquellas entidades que son indispensables para nuestras mejores teorías científicas. Maddy formula, en este sentido, tres argumentos críticos relacionados entre sí.

El primer argumento de Maddy contra la tesis óntica de Quine expresa su desacuerdo con el holismo confirmacional presupuesto en esa tesis y, consiguientemente, con la afirmación de que deben aceptarse como existentes todas las entidades indispensables para nuestras mejores teorías científicas. Según Maddy, las actitudes de los científicos no son uniformes respecto de los distintos componentes de las teorías bien confirmadas, y van desde la creencia hasta el rechazo explícito, pasando por la tolerancia. El ejemplo utilizado por Maddy para ilustrar su posición es el caso de la teoría atómica:

> *Consider, for illustration, the case of atomic theory. Attention to the historical details of the debate over atoms, as it stood at the turn of the century, reveals some surprising features. First, by any account of confirmation that depends on an enumeration of general theoretical virtues (like Quine's), atomic theory was extremely well confirmed: it was central to chemistry in all theories of composition and combination and to physics in the wide-ranging kinetic theory. Second, despite this, there was still skepticism among respectable scientists for respectable reasons about the existence of atoms. In 1905, Einstein set out to provide the theoretical grounds for proof of atomic reality, and soon thereafter, Perrin produced experimental results. Only then did the scientific community as a whole embrace atoms (Maddy, 1998).*

Dado que los átomos eran indispensables para sus mejores teorías científicas, los científicos deberían haber aceptado su existencia y, sin embargo, reconocidos científicos como Poincaré y Ostwald, mostraron una actitud escéptica acerca de la realidad de los átomos durante algún tiempo.

Episodios de la historia de la ciencia como el referido a los átomos, hacen concluir a Maddy que el holismo confirmacional de Quine debe ponerse en duda, ya que, contra lo que sostiene el holismo, la actitud de los científicos es raramente de aceptación uniforme de la teoría en su totalidad. Dado que esta crítica se hace desde una postura naturalista, no es posible para Maddy cuestionar o juzgar la actitud de los científicos. Para poder seguir sosteniendo estos principios será indispensable distinguir entre partes de la teoría que son verdaderas y partes que son meramente útiles:

> *If we remain true to our naturalistic principle, we must allow a distinction to be drawn between parts of a theory that are true and parts that are merely useful. We must even allow that merely useful parts might in fact be indispensable, in the sense that no equally good theory of the same phenomena does without them. Granting all this, the indispensability of mathematics in well-confirmed scientific theories no longer serves to establish its truth (Maddy, 1992, p. 281.)*

La segunda objeción de Maddy al argumento de la indispensabilidad deriva de su primera crítica: una vez que se ha rechazado que las teorías científicas son unidades homogéneas, cabe preguntarse qué partes de la matemática que ellas usan pertenecen a sus porciones verdaderas y cuáles a las meramente útiles. Los científicos utilizan partes de la matemática siempre que les es útil o conveniente, sin presuponer por esto que están incorporando nuevas entidades abstractas a sus ontologías. Por lo tanto,

> *This strongly suggest that astracta and mathematically-induced structural assumptions are not, after all, on an epistemic par with physical hypotheses (Maddy, 1995, p. 256).*

Como ejemplo de esa actitud de los científicos, Maddy trae a cuento el uso que de los números reales se hace en física en la modelización del espacio y del tiempo. Pareciera que los números reales son usados sólo por conveniencia, y que los físicos no se preocupan por la incorporación de un número incontable de nuevas entidades que, de acuerdo con la tesis de Quine, supondría este uso; tampoco parecen interesados en diseñar experimentos para decidir si el espacio-tiempo es efectivamente un continuo.

La segunda crítica de Maddy apunta, pues, a cuestionar el holismo de Quine en su aplicación específica a la matemática, de la que hacen uso las teoría científicas. Si esta crítica es aceptada, no habría razón para aceptar la existencia de una entidad matemática por el solo hecho de que sea indispensable para una teoría científica; de modo que, quedaría puesta en duda la verdad de la primera premisa del argumento de la indispensabilidad.

La tercera crítica de Maddy se dirige también contra el holismo metodológico presupuesto por la tesis óntica. Señala Maddy que parece haber una contradicción entre la práctica matemática y la tesis de acuerdo con la cual las entidades matemáticas se legitiman por su papel en la ciencia empírica. Los matemáticos parecen decidir las cuestiones relativas a la existencia de determinadas entidades matemáticas por métodos intramatemáticos, y no parecen preocuparse por la aplicabilidad a la ciencia empírica de las porciones de la matemática a cual pertenecen esas entidades:

> *[S]et theorist should be eagerly awaiting the outcomes of debates over quantum gravity, preparing to tailor practice of set theory to the nature of the resulting applications of continuum mathematics. But this not the case; set theorists do not regularly keep an eye on developments in fundamental physics. Furthermore, I doubt that the set-theoretic investigation of independent questions would be much affected even if quantum gravity did not end up requiring a new and different account of space-time, set theorists would still want to settle open questions about the mathematical continuum (Maddy, 1992, p. 289).*

Aunque el éxito explicativo de las teorías científicas empíricas que contienen vocabulario matemático –en las cuales la aplicación de la matemática es sin duda parte de ese éxito– es una buena razón para creer en la existencia de entidades u objetos matemáticos, pero no constituye un método *per se* para determinar específicamente qué objetos, o propiedades matemáticas de estos objetos, hay. Los métodos serán métodos matemáticos, que deriven de la misma práctica matemática.

Aunque la tercera crítica de Maddy, a diferencia de la primera y la segunda, no afecta la verdad de la tesis óntica, de ser correcta debilitará la plausibilidad del holismo metodológico que está presupuesto por ésta.

## Comentarios finales

¿Cuáles son las consecuencias que tienen las críticas al argumento de la indispensabilidad para el naturalismo en matemática? La respuesta a esta pregunta dependerá, por una parte, del grado de conclusividad que se atribuya a esas críticas y, por otra parte, de la importancia que se le asigne a este argumento en la defensa del naturalismo.

En lo que respecta a las críticas que Maddy ha dirigido a tesis óntica de Quine, una estrategia de defensa está basada en una presunta mala interpretación del naturalismo y del holismo quineano por parte de Maddy. Se podría argumentar que Maddy malinterpreta el naturalismo de Quine al otorgar al filósofo una posición de subordinación absoluta al científico, de manera que en caso de conflicto entre el filósofo y la práctica científica es el filósofo el que debe ceder. Sin embargo, es posible sostener otra visión del naturalismo según la cual, aunque la tarea del filósofo naturalista es continua con la del científico, esto no significa que el filósofo no pueda criticar la práctica científica.

De hecho, en lo que respecta a sus recomendaciones sobre cuestiones ontológicas el naturalismo de Quine no es una teoría puramente descriptiva sino normativa. Es por eso que el filósofo está autorizado a criticar a los científicos cuando, como en el caso de los ejemplos de la historia de la ciencia citados por Maddy en su primera y segunda objeción, no asume el compromiso ontológico que debiera con las entidades que resultan indispensables para sus teorías.

Otra estrategia de defensa frente a la primera crítica de Maddy consiste en señalar que la autora no realiza una interpretación adecuada de episodios de la historia de la ciencia, como el de la teoría atómica, dado que, ante entidades teóricas nuevas como los átomos un cierto escepticismo como el mostrado por Poincaré y Ostwald es una parte saludable del método científico.

La tercera crítica de Maddy al argumento de la indispensabilidad podría verse como una mala interpretación del holismo de Quine. El hecho de que las teorías sean (dis)confirmadas como totalidades no implica que todas las partes de la teoría tengan la misma importancia; por ello, cuando se impone una modificación de la teoría la máxima de la mínima mutilación de Quine nos pide que hagamos modificaciones en aquellas partes de la teoría que produzcan menos alteraciones en otras partes de la teoría. La reevaluación de algunas proposiciones de la teoría en virtud de la experiencia implicará la reevaluación de algunas otras con las que aquellas están conectadas por relaciones lógicas. Pero, en general, hay más de una opción en lo que respecta a qué proposiciones reevaluar para acomodar la revisión de la teoría aconsejada por la experiencia. Sin embargo, algunas de esas revisiones serán mínimas, mientras que otras conllevarán modificaciones radicales de la teoría. Así por ejemplo, una revisión de la matemática utilizada por una teoría física implicará también una revisión de todas las proposiciones físicas que hacen uso de esa parte de la matemática, aunque la revisión de ciertas proposiciones físicas no implicará necesariamente la modificación de la matemática usada por la teoría: por ello podemos decir que la matemática es una teoría más global que la física. Dado que la matemática es una teoría más global que la física, y que una revisión de la matemática tendría efectos sobre todas las teorías menos globales que la suponen, es razonable que los matemáticos no estén dispuestos ni interesados en revisar sus teorías de acuerdo a los desarrollos que se den en la física. El matemático que se dedica a teoría de conjuntos estudia, precisamente, la parte más global de la teoría científica más global –la matemática– y, por lo tanto, es poco probable que se vea en la necesidad de revisar su teoría por desarrollos científicos que se den en teorías menos globales como la física.

## Referencias bilbiográficas


Colyvan, M. (1998a), «Indispensability Arguments in The Philosophy of Mathematics», en *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, disponible en: http://plato.stanford.edu/entries/mathphil-indis

_______ (1998b), «In Defence of Indispensability», *Philosophia Mathematica* 3 (6-1), 39-62.

_______ (1999a), «Contrastive Empiricism and Indispensability», *Erkenntnis* 51 (2-3), 323-332.

_______ (1999b), «Confirmation Theory and Indispensability», *Philosophical Studies* 96 (1), 1-19.

Field, H.H. (1980), *Science Without Numbers: A Defence of Nominalism*, Oxford: Blackwell.

Maddy, P. (1992), «Indispensability and Practice», *Journal of Philosophy* 89 (6), 275-289.

_______ (1995), «Naturalism and Ontology», *Philosophia Mathematica (3)*, 3, 3, 248-270.

_______ (1997), *Naturalism in Mathematics*, Oxford: Clarendon Press.

_______ (1998), «How to be a Naturalist about Mathematics», en Dales, H.G. & G. Oliveri (eds.), *Truth in Mathematics*, Oxford: Clarendon, pp. 161-180.

Putnam, H. (1979a), «What is Mathematical Truth», en *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers Vol. 1*, Cambridge: Cambridge University Press, 2nd ed., pp. 60-78.

_______ (1979b), «Philosophy of Logic», reimpreso en: *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers Vol. 1*, Cambridge: Cambridge University Press, 2nd ed., pp. 323-357.

Quine, W.V. (1969a), «Naturalización de la epistemología», en *La relatividad ontológica y otros ensayos*, versión española de M. Garrido y J.L. Blasco, Madrid: Tecnos, 1974.

_______ (1969b), «Géneros naturales», en *La relatividad ontológica y otros ensayos*, versión española de M. Garrido y J.L. Blasco, Madrid: Tecnos, 1974.

_______ (1981), «Five Milestones of Empiricism», en *Theories and Things*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

_______ (1992), *The Pursuit of Truth*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Rodríguez Alcázar, J. (1993), «Epistemic Aims and Values in W.V.Quine's Naturalized Espistemology», en Villanueva, E. (ed), *Philosophical Issues 3: Science and Knowledge*, Atascadero, Ca.: Ridgeview Publishing, pp. 309-318.