Sobre uma reconstrução do conceito de valoração

Patrícia Del Nero Velasco *

O objetivo do trabalho é propor uma sistematização criada a partir das valorações de da Costa como o substrato mais geral para as noções usuais de conseqüência, consistência e validade, satisfazendo algumas propriedades intuitivamente esperadas dos conceitos em questão. Resultado interessante se lembrarmos que o propósito original da teoria das valorações não era esse, mas sim a construção de uma semântica correta e completa para os cálculos paraconsistentes.

Os resultados apresentados no presente artigo foram estudados na tese de doutorado da autora, *Sobre uma reconstrução do conceito de valoração*, defendida na PUC-SP em dezembro de 2004, sob a orientação do Prof. Dr. Edelcio Gonçalves de Souza.

1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em 1963, Newton C. A. da Costa apresentou sua Tese de Cátedra no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Paraná. O trabalho tinha o título "Sistemas Formais Inconsistentes" (da Costa, 1963) e representava a síntese de um conjunto de investigações que o autor desenvolvia há algum tempo. Os sistemas formais a que o título se refere são simplesmente sistemas axiomáticos em que se pode definir precisamente uma noção de dedução, que constitui uma relação entre sentenças e conjuntos de sentenças de uma dada linguagem formal. Exemplos de sistemas axiomáticos são as formalizações usuais da lógica clássica.

Todavia, no âmbito da lógica clássica, sistemas inconsistentes são aqueles que se podem deduzir uma sentença bem como sua negação, e, se isso é possível, pode-se deduzir qualquer sentença formulável em sua linguagem. Em outras palavras, na lógica clássica, sistemas inconsistentes são triviais (tudo exprimível em sua linguagem é dedutível no sistema em questão). Em contraste, o que da Costa apresentou em seu trabalho eram sistemas em que inconsistência não implica trivialização. Nasciam assim as posteriormente denominadas lógicas paraconsistentes (cf. de Souza; da Costa; Maranhão, 2001).

Na caracterização dos cálculos formais inconsistentes edificados por Newton da Costa em sua Tese de Cátedra, encontramos logo no primeiro capítulo as duas condições que o cálculo C_1 deve satisfazer, quais sejam: "I- Em C_1 não deve ser válido em geral o princípio da não contradição. II- De duas proposições contraditórias não deve ser geralmente possível deduzir qualquer proposição" (Da Costa, 1963). Diríamos, então, que originalmente as lógicas paraconsistentes constituíam uma classe de lógicas não clássicas que derrogam o princípio da não contradição. Hoje, contudo, esta caracterização é parcial. Isto porque há sistemas que respeitam o princípio da não contradição, mas não a regra de Scotus, segundo a qual de duas teses contraditórias "tudo" se deriva. Assim sendo, caracterizam-se as lógicas paraconsistentes como aquelas que podem servir de alicerce para teorias inconsistentes, mas não triviais. Ou nas palavras do próprio Newton da Costa: "A lógica paraconsistente é uma lógica que permite a manipulação lógico-formal de sistemas de proposições que podem encerrar contradições

* Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Universidade Presbiteriana Mackenzie. São Paulo, SP, Brasil. E-mails: velasco@pucsp.br; velasco@mackenzie.br.

(inconsistências), sem o perigo permanente de trivialização (de tudo ser demonstrável)" (Da Costa, 1997, p. 267).

Há, no entanto, uma diferença entre o percurso histórico da criação das lógicas paraconsistentes e de outras lógicas não clássicas. Tomemos como exemplo as lógicas polivalentes, as quais derrogam o princípio do terceiro excluído. Lógicas polivalentes foram criadas primeiramente do ponto de vista semântico, introduzindo tabelas com mais valores de verdade, e era um problema encontrar sistemas axiomáticos que fossem corretos e completos com respeito a essas lógicas. Com as lógicas paraconsistentes ocorreu o inverso. Elas nasceram como sistemas formais e o problema passou a ser encontrar semânticas adequadas para os mesmos. Sabia-se que as matrizes lógicas com conectivos funcionais-veritativos não serviam para este fim[1]. A teoria das valorações surge nesse contexto para criar semânticas corretas e completas para os cálculos paraconsistentes, abandonando a idéia de veri-funcionalidade dos conectivos e criando um poderoso instrumento para a demonstração de completude de sistemas formais que obedecem a certas propriedades básicas (ver da Costa; Loparic, 1984; da Silva, 2000; de Souza, 2001).

O presente artigo propõe um percurso diferente que também culmina na noção de valoração, mas o faz a partir de uma definição informal (embora adequada, em um sentido que ficará claro mais tarde) de conseqüência lógica e seus correlatos.

O trabalho pode ser entendido como uma tentativa de resposta à questão: qual a estrutura matemática mais simples (que requer o menor número de conceitos primitivos) na qual os conceitos de conseqüência, consistência e validade podem ser definidos, cumprindo certos requisitos de adequação material?

Defenderemos que os conceitos de conseqüência lógica, consistência e validade definidos a partir da teoria das valorações de da Costa são o substrato mais geral (que requer o menor número de conceitos primitivos) para a noção usual de conseqüência e seus correlatos.

2 CONSEQÜÊNCIA LÓGICA, CONSISTÊNCIA E VALIDADE

A noção de conseqüência lógica é amplamente discutida por filósofos, lógicos e afins. Refere-se, comumente, à noção de inferência e, particularmente, à noção de inferência válida. Neste sentido, uma conclusão é conseqüência lógica (ou inferida de modo válido) de premissas se e somente se em todas as situações em que todas as premissas são verdadeiras, a conclusão também o é (cfr., por exemplo, Priest, 2000, p. 5).

De modo a restringir os conceitos trabalhados, podemos suprimir as noções de premissa e conclusão, admitindo apenas o conceito de fórmula. Deste modo, consideraremos a noção de conseqüência como uma propriedade de fórmulas, ou seja, uma relação entre fórmulas e conjuntos de fórmulas. Por conseguinte, obtém-se a seguinte definição:

Definição. Uma dada fórmula é *conseqüência lógica* de um conjunto de fórmulas se e somente se não existe situação em que as fórmulas do conjunto são verdadeiras e a dada fórmula, falsa.

Ainda que se tome, como o faremos, a noção de fórmula como primitiva (não importando, assim, a estrutura interna de tal noção), permaneceríamos diante de uma definição de conseqüência pouco esclarecedora, visto que esta pressupõe as definições de *situação* e de *fórmula verdadeira em uma situação*.

Portanto, uma tal definição exige que possamos precisamente responder a duas questões: (i) 'o que é situação?' e (ii) 'quando uma fórmula é verdadeira em uma dada situação?' (É obvio que ao respondermos esta segunda questão, saberemos também dizer quando uma fórmula é falsa em uma situação, posto que tomamos verdade e falsidade como antônimos.)

[1] Isto segue de um teorema provado por Ayda I. Arruda, primeira colaboradora de Newton da Costa. Ver Da Costa; Krause; Bueno, 2007, p. 810 (Teorema 45 e Corolário 46).

Um leitor mais pessimista observaria que estamos talvez ainda mais distantes de uma definição satisfatória de conseqüência lógica. Como, no entanto, abordaremos mais tarde e de modo formal ambas as questões levantadas, assumiremos, por hora, que tais questões estão resolvidas, passando a investigar algumas propriedades intuitivamente esperadas da noção de conseqüência lógica.

Propriedade 1. Toda fórmula de um conjunto de fórmulas é conseqüência do mesmo.

De fato, para que uma fórmula de um conjunto não fosse conseqüência dele teria que haver uma situação em que as fórmulas do conjunto fossem verdadeiras e a fórmula dada, falsa; o que é impossível, dado que a fórmula pertence ao conjunto e, portanto, é verdadeira.

Propriedade 2. Se um conjunto está incluído em outro, as conseqüências do primeiro também são conseqüências do segundo.

Novamente o recurso argumentativo usado para a justificação da propriedade será o denominado *reductio ad absurdum*: a suposição do contrário do que se pretende mostrar conduz a uma contradição; conseqüentemente, valida-se a tese inicial. Desta forma, para a propriedade 2, suponha uma fórmula que é conseqüência de um conjunto de fórmulas e um segundo conjunto de fórmulas que contenha o primeiro. Para que a fórmula não fosse conseqüência desse segundo conjunto, deveria haver uma situação em que as fórmulas do segundo conjunto fossem verdadeiras e a fórmula dada fosse falsa. Mas, nessa mesma situação, como o primeiro conjunto está incluído no segundo, tem-se que as fórmulas do primeiro conjunto também são verdadeiras e a fórmula dada é falsa. E nesse caso, a fórmula dada não é conseqüência do primeiro conjunto, o que contraria a hipótese. Logo, segue o resultado pretendido.

Propriedade 3. Se uma fórmula é conseqüência de um conjunto e as fórmulas deste conjunto são conseqüências de um outro conjunto, então a dada fórmula é conseqüência deste outro conjunto.

De fato, suponha que uma fórmula é conseqüência lógica de um conjunto e as fórmulas deste conjunto são conseqüências de um segundo conjunto. Temos então que em todas as situações em que as fórmulas do segundo conjunto são verdadeiras, as fórmulas do primeiro também o são e, igualmente, em todas as situações em que as fórmulas do primeiro conjunto são verdadeiras, a fórmula dada também o é. Logo, decorre que em todas as situações em que as fórmulas do segundo conjunto são verdadeiras, a fórmula dada também é verdadeira; ou seja, a fórmula dada é conseqüência do segundo conjunto.

As propriedades supracitadas passam a constituir o que denominaremos de *critério de adequação material para a noção de conseqüência lógica*.

Tendo em vista o estabelecimento de outros resultados interessantes relacionados à noção de conseqüência, introduziremos, na seqüência, o conceito de consistência, bem como algumas propriedades que deste decorrem.

Definição. Um conjunto de fórmulas é dito *consistente* se e somente se existe uma situação na qual todas as fórmulas do dado conjunto são verdadeiras.

Propriedade 4. Todo subconjunto de conjuntos consistentes é consistente.

Tomemos um conjunto consistente qualquer. Obviamente, na mesma situação em que todas as fórmulas do dado conjunto são verdadeiras, o valor de verdade das fórmulas de qualquer subconjunto deste conjunto consistente será igualmente verdadeiro e, desta forma, um tal subconjunto será consistente também.

Propriedade 5. Qualquer fórmula é conseqüência de um conjunto inconsistente de fórmulas.

De fato, dados uma fórmula qualquer e um conjunto inconsistente de fórmulas, a dada fórmula não seria conseqüência do conjunto se houvesse uma situação na qual as fórmulas do conjunto fossem

todas verdadeiras e a fórmula em questão, falsa, o que é impossível, dado que o conjunto é inconsistente.

As propriedades 4 e 5 passam a constituir o *critério de adequação material para a noção de consistência.*

Até o presente momento, definimos as noções de conseqüência e consistência. Enquanto a primeira estabelece uma relação entre fórmulas e conjuntos de fórmulas, a segunda é uma propriedade exclusiva de conjuntos de fórmulas. Estabelecemos, por conseguinte, três propriedades (1, 2 e 3) para a noção de conseqüência, uma (4) para a noção de consistência e, ainda, uma propriedade (5) que relaciona os conceitos em questão. Apresentaremos, a seguir, uma noção exclusiva de fórmulas particulares, a saber, a noção de validade. Segue, igualmente, uma propriedade que relaciona as noções de validade e conseqüência.

Definição. Uma fórmula é *válida* se e somente se ela é verdadeira em todas as situações.

Propriedade 6. Toda fórmula válida é conseqüência de qualquer conjunto de fórmulas.

De fato, dados uma fórmula válida e um conjunto de fórmulas qualquer, a dada fórmula não seria conseqüência do conjunto se houvesse uma situação na qual as fórmulas do conjunto fossem todas verdadeiras e a fórmula em questão, falsa, o que é impossível, dado que a fórmula em questão é válida.

A propriedade 6 constituirá o *critério de adequação material para a noção de validade.*

Uma vez expostos os critérios de adequação material para as noções de conseqüência, consistência e validade, devemos voltar às questões anteriormente levantadas. No entanto, responder o que é situação e qual o critério de avaliação do valor de verdade de uma fórmula em uma situação dada demandaria um enorme conhecimento prévio acerca de diferentes autores e literaturas (o que não é o caso). Logo, segue não uma extensa abordagem filosófica acerca das noções de fórmula, situação e verdade, mas formalizações possíveis das definições usuais de conseqüência, consistência e validade que fazem uso da noção de situação (e que foram aqui trabalhadas). A idéia é simplesmente tomar estes conceitos como primitivos e construir uma base axiomática para os mesmos.

3 ESTRUTURA SITUACIONAL

Independentemente do que entendemos por situação, podemos formalizar as definições de conseqüência, consistência e validade que usam a noção de situação a partir da definição de uma *estrutura situacional*. Uma tal estrutura será composta por um conjunto não vazio FOR cujos elementos serão denominados fórmulas, um conjunto igualmente não vazio SIT cujos elementos serão ditos situações, um conjunto VAL de valores de verdade e uma função f_S, a qual atribui a cada fórmula em uma dada situação, um valor de verdade. Na definição abaixo, o símbolo x denota o produto cartesiano usual de conjuntos.

Definição. Uma *estrutura situacional* **S** é uma quádrupla $\mathbf{S}=\langle \mathrm{FOR},\mathrm{SIT},\mathrm{VAL},f_S\rangle$ tal que: $f_S:\mathrm{FOR}x\mathrm{SIT}\rightarrow\mathrm{VAL};\ (\alpha,s)\rightarrow f_S(\alpha,s)$.

A estrutura situacional **S** é uma forma possível de interpretação da linguagem, respondendo do seguinte modo às questões colocadas: (i) uma situação é um elemento do conjunto SIT e (ii) uma fórmula é verdadeira em uma situação se e somente se a função f_S atribui o valor de verdade **V** para a dada fórmula na situação em questão.

Exposta a estrutura situacional, bem como especificado quando uma fórmula é dita verdadeira em uma dada situação, podemos, finalmente, formalizar as definições desejadas a partir da estrutura situacional.

Definição. Uma fórmula α é *conseqüência lógica* (na estrutura **S**) de um conjunto Γ de fórmulas, em símbolos, $\Gamma \models_S \alpha$, se e somente se $\forall s\in \mathrm{SIT}$ tal que $f_S(\gamma,s)=\mathbf{V}$ para todo $\gamma\in\Gamma$, tem-se que $f_S(\alpha,s)=\mathbf{V}$.

Em outras palavras, uma fórmula é *conseqüência lógica* (na estrutura **S**) de um conjunto de fórmulas se e somente se para toda a situação em que todas as fórmulas do conjunto são verdadeiras, tem-se que a dada fórmula também é verdadeira na situação em questão.

Definição. Um conjunto Γ de fórmulas é *consistente* (na estrutura **S**) se e somente se existe ao menos uma situação $s \in SIT$ tal que $f_S(\gamma,s)=\mathbf{V}$ para toda $\gamma \in \Gamma$. Em outras palavras, um conjunto de fórmulas é *consistente* (na estrutura **S**) se e somente se existe ao menos uma situação na qual todas as fórmulas do dado conjunto são verdadeiras.

Definição. Uma fórmula α é *válida* (na estrutura **S**) se e somente para toda situação s, $f_S(\alpha,s)=\mathbf{V}$, isto é, se e somente se a dada fórmula é verdadeira em todas as situações.

Na estrutura situacional as noções de conseqüência, consistência e validade cumprem as propriedades 1 à 6 supracitadas e, portanto, são materialmente adequadas. Para tais demonstrações (e também para as subseqüentes), o leitor pode consultar Velasco (2004), onde os resultados aqui enunciados são demonstrados.

Ainda na estrutura situacional, pode-se pensar para um conjunto particular de fórmulas, um conjunto de situações nas quais todas as fórmulas do dado conjunto são verdadeiras. Os elementos deste conjunto são chamados *modelos*. Como é possível reescrever as definições estudadas a partir da noção de modelo, tomaremos o conceito de modelo como primitivo na construção de uma estrutura que não faz uso das noções de situação e verdade.

4 ESTRUTURA MODELAR

A *estrutura modelar* é construída por um conjunto não vazio FOR, um conjunto não vazio MOD cujos elementos são ditos modelos e uma função f_M que atribui, a cada elemento do conjunto MOD de todos os modelos, um subconjunto de fórmulas. Na definição abaixo, $\wp(FOR)$ denota o conjunto de todos os subconjuntos de fórmulas.

Definição. Uma *estrutura modelar* $\mathbf{M}=\langle FOR, MOD, f_M\rangle$ tal que:

$$f_M: MOD \rightarrow \wp(FOR);\ m \rightarrow f_M(m).$$

Nesta estrutura, as questões que norteiam o trabalho são assim respondidas: (i) MOD consiste no próprio conjunto de interpretações verdadeiras e (ii) uma fórmula é verdadeira em uma dada situação se ela pertence ao conjunto MOD.

Seguem as definições de conseqüência lógica, consistência e validade na estrutura modelar. Para isto, introduziremos a seguinte notação. Dado um conjunto de fórmulas Γ, $MOD(\Gamma)$ representará o conjunto dos modelos $m \in MOD$ tais que $\Gamma \subseteq f_M(m)$. De modo análogo, se α é uma fórmula, $MOD(\alpha)=MOD(\{\alpha\})$, que representa o conjunto dos modelos $m \in MOD$ tais que $\alpha \in f_M(m)$.

Definição. Uma fórmula α é *conseqüência lógica* (na estrutura **M**) de um conjunto Γ de fórmulas se e somente todo modelo de Γ é também modelo de α, ou seja, $MOD(\Gamma) \subseteq MOD(\alpha)$.

Definição. Um conjunto de fórmulas é *consistente* (na estrutura **M**) se e somente se $MOD(\Gamma) \neq \varnothing$.

Definição. Uma fórmula α é *válida* (na estrutura **M**) se e somente se $MOD(\alpha) = MOD$.

Na estrutura modelar as noções de conseqüência, consistência e validade também cumprem as propriedades 1 à 6 acima enunciadas e, portanto, são materialmente adequadas.

O próximo passo consiste em construir uma estrutura cuja única noção envolvida seja o conceito primitivo de fórmula e que, ainda assim, ofereça definições materialmente adequadas de conseqüência

lógica, consistência e validade. A estrutura valorativa apresenta-se como essa tal estrutura, composta apenas de um conjunto não vazio de fórmulas da linguagem e de uma família de subconjuntos deste.

5 ESTRUTURA VALORATIVA

A idéia subjacente à noção de valoração é a de que cada elemento do conjunto das valorações é um conjunto de fórmulas. Deste modo, elimina-se a noção de verdade, pois na teoria das valorações as fórmulas verdadeiras são escolhidas: definimos *diretamente* o conjunto das valorações para FOR, *i.e.*, a família K de subconjuntos de FOR. E esta consiste exatamente na imagem de f_M.

Definição. Uma *estrutura valorativa* **V** é um par $\mathbf{V} = \langle \text{FOR}, K \rangle$ tal que $K \subseteq \wp(\text{FOR})$. Definimos o conjunto de valorações para um subconjunto de fórmulas Γ, em símbolos, $V(\Gamma)$, tal como segue: $V(\Gamma)=\{V \in K: \Gamma \subseteq V\}$.

Seguem as definições-chave do trabalho:

Definição. Definimos que a fórmula α é *conseqüência lógica* (na estrutura **V**) do conjunto Γ se e somente se $V(\Gamma) \subseteq V(\{\alpha\})$.

Definição. Um conjunto de fórmulas é *consistente* (na estrutura **V**) se e somente se $V(\Gamma) \neq \varnothing$.

Definição. Uma fórmula α é *válida* (na estrutura **V**) se e somente se $V(\{\alpha\}) = K$.

As definições supracitadas são materialmente adequadas, uma vez que cumprem os requisitos de adequação material propostos no início do trabalho. Ademais, a estrutura **V** nos oferece uma resposta satisfatória e elegante para as duas questões suscitadas: (i) uma situação é um subconjunto de fórmulas e (ii) uma fórmula é verdadeira em uma situação se a mesma pertence à dada situação.

Nota-se que, na estrutura valorativa, a noção de modelo não mais é necessária: se a função f_M atribuía a cada elemento do conjunto dos modelos MOD um subconjunto de fórmulas (as interpretações verdadeiras), a família K de subconjuntos de fórmulas da linguagem (na estrutura valorativa), por ser definida exatamente como a imagem da função f_M, oferece diretamente o subconjunto interessante das interpretações verdadeiras, dispensando as definições prévias tanto do conjunto MOD dos modelos como da função f_M em questão.

Cabe aqui ressaltar, igualmente, que o procedimento de escolher diretamente o conjunto das fórmulas verdadeiras, bem como a pressuposição de noções básicas de teoria de conjuntos (como *pertinência* e *inclusão*) não constam na versão original da teoria das valorações (ver da Costa; Loparic, 1984). Esta última utiliza a noção de *função característica*, aqui generalizada pelo conjunto K das valorações.

Em outras palavras, no texto inaugural supracitado, uma valoração é uma função característica definida no conjunto de fórmulas e com valores no conjunto de valores de verdade; uma vez que uma (bi)valoração divide o conjunto das fórmulas em dois subconjuntos diferentes, a saber, o das fórmulas verdadeiras e o das fórmulas falsas, torna-se possível entender as valorações simplesmente como constituídas por funções características de certos subconjuntos do conjunto de fórmulas. Logo, podem-se substituir as funções características em questão pelos próprios subconjuntos de fórmulas nos quais tais funções são as funções características, tomando as valorações como determinados subconjuntos de fórmulas. E este é precisamente o ponto de partida da idéia generalizada de uma teoria das valorações, formalizada neste artigo.

A generalização pretendida é percebida na estrutura valorativa **V** apresentada, na qual a idéia de valoração é apenas latente. E, igualmente, no fato da noção de conseqüência semântica ser definida sem a necessidade de especificar um cálculo lógico. O tratamento muito geral aqui exposto pressupõe simplesmente um conjunto não vazio, sem um cálculo lógico subjacente a ele. Conseqüentemente, o

conjunto das valorações compreende um conjunto fixo de subconjuntos deste conjunto não vazio. Nota-se, com isso, que alguns resultados obtidos a partir das definições estudadas são independentes das propriedades dos cálculos lógicos específicos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o intuito de construir uma estrutura matemática que fizesse uso do menor número de conceitos primitivos e a partir da qual fosse possível definir adequadamente as noções-chave do trabalho, partiu-se de definições intuitivas e informais de conseqüência lógica, consistência e validade, bem como da consideração de algumas propriedades intuitivamente esperadas de tais definições, construindo-se uma primeira sistematização para a definição (e as propriedades) em questão. Uma tal sistematização foi denominada *situacional*.

A estrutura situacional é construída a partir de três categorias-base de coisas: um conjunto de fórmulas, um conjunto de situações e um conjunto de valores de verdade, além de uma função que atribui a cada fórmula em uma dada situação, um valor de verdade. Requer, portanto, a compreensão prévia das noções de situação e valor de verdade.

Uma segunda sistematização para as definições e propriedades estudadas foi enunciada: *a estrutura modelar*. Composta por duas categorias-base, a saber, o conjunto de fórmulas e o conjunto de todos os modelos (além da função que atribui a cada elemento do conjunto de todos os modelos, um subconjunto de fórmulas), a estrutura modelar prescinde das noções de situação e verdade, necessitando apenas da definição de modelo.

A terceira e última sistematização a partir da qual foi possível definir adequadamente as noções-chave e suas respectivas propriedades foi denominada *estrutura valorativa*, pois baseada nas valorações de da Costa. Nesta estrutura, construída somente a partir do conjunto de todas as fórmulas da linguagem, cada elemento de uma valoração **é** um conjunto de fórmulas. Neste sentido, prescinde-se de uma função que selecione as fórmulas interessantes (verdadeiras), visto que o conjunto das valorações é **definido**, diretamente, para um subconjunto de fórmulas da linguagem.

Se, por um lado, a criação da teoria das valorações de da Costa foi motivada pela construção de uma semântica correta e completa para os cálculos paraconsistentes, por outro, o presente trabalho mostrou que a estrutura baseada nas valorações figura como a sistematização mais simples (que requer o menor número de conceitos primitivos) a partir da qual é possível definir adequadamente as noções de conseqüência lógica, consistência e validade – reconstruindo, portanto, o conceito de valoração.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DA COSTA, Newton C. A. *Sistemas formais inconsistentes*. Curitiba, 1963. Tese de Cátedra – Universidade Federal do Paraná.

———. *O conhecimento científico*. São Paulo: Discurso Editorial, 1997.

DA COSTA, Newton C. A.; LOPARIC, Andréa M. A. C. Paraconsistency, paracompleteness and valuations. *Logique et Analyse*, **27** (106): 119-131, 1984.

DA COSTA, Newton C. A.; KRAUSE, Décio; BUENO, Otávio. Paraconsistent logics and paraconsistency. Volume 5: Philosophy of Logic, pp. 655-781, *in*: GABBAY, Dale Jacquette Doy M.; THAGARD, Paul; WOODS, John (orgs.). *Handbook of the philosophy of science*. Dordrecht: Elsevier, 2007.

DA SILVA, Janaína A. *Sistemas formais e valorações: sobre um teorema geral de completude*. São Paulo, 2000. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

DE SOUZA, Edelcio G. Lindenbaumologia I: a teoria geral. *Cognitio: Revista de Filosofia* **2**: 213-219, 2001.

DE SOUZA, Edelcio G.; DA COSTA, Newton C.A.; MARANHÃO, Juliano S. A. *Introdução à lógica paraconsistente: a hierarquia C_n*. São Paulo: Instituto de Estudos Avançados da Universidade de São Paulo, 2001.

PRIEST, Graham. *Logic: a very short introduction*. New York: Oxford University Press, 2000.

VELASCO, Patrícia D. N. *Sobre uma reconstrução do conceito de valoração*. São Paulo, 2004. Tese (Doutorado em Filosofia) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Filosofia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.