A filosofia da matemática nos *Principia* de Newton e suas implicações ontológicas

Veronica Ferreira Bahr Calazans*

A ampla utilização do método de análise cartesiano nos seus escritos matemáticos iniciais, por um lado, e a posterior crítica enfática a esse mesmo método, por outro, sugerem uma perspectiva para encarar todo o percurso da prática matemática de Newton, antes e depois dos *Principia*. Há duas abordagens distintas a esse respeito: uma destaca a ruptura e outra, a continuidade entre a etapa inicial da matemática newtoniana e a fase mais madura. Uma putativa crítica à análise de Descartes, como procurarei mostrar, parece se referir à falta de correspondência geométrica de alguns termos e símbolos empregados nas suas equações e técnicas algébricas, ou seja, o caráter não representativo de boa parte da análise cartesiana. A questão que se apresenta a partir daí é a de saber em que medida essa exigência de uma representatividade dos termos matemáticos persiste até os *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Assim, o que se pretende é esclarecer e aprofundar os tipos de articulações possíveis – ruptura, continuidade ou tanto um quanto o outro – entre a prática matemática pregressa e a filosofia da matemática de Newton na época dos *Principia* e, desse modo, pôr em evidência as possíveis diferenças ontológicas subjacentes a cada uma dessas práticas.

1 O PARALELO ENTRE NEWTON E DESCARTES: ONTOLOGIA E MÉTODO

As práticas matemáticas de Descartes e Newton têm implicações relevantes tanto metodológicas quanto ontológicas. Essas implicações, no entanto, tornam-se mais evidentes mediante um paralelo traçado entre tais práticas matemáticas. Isso, principalmente, devido ao papel que a crítica de Newton endereçada a Descartes exerce na fundamentação dos seus próprios conceitos matemáticos, físicos e, em última análise, ontológicos. Em linhas gerais, o que pretendo é investigar em que medida essa crítica a Descartes é determinante para a prática matemática de Newton e, conseqüentemente, para suas diversas implicações. Para tanto, considero como um passo preliminar a tarefa de analisar e distinguir as práticas matemáticas de Descartes e Newton, especialmente no que diz respeito às suas opções metodológicas pela análise e pela síntese, respectivamente.

Inicialmente, faz-se necessária uma remissão ao projeto cartesiano da *mathesis universalis*. As *Regras para a Orientação do Espírito* (1628) são consideradas o texto de Descartes metodológico por excelência. Essa ciência chamada de *mathesis universalis* é uma ciência geral, definida por seu método: investigar a ordem e a medida, sem que estejam aplicadas a alguma matéria especial. Tudo se resume em ordenar os objetos de investigação de modo a reduzir sua complexidade aos elementos mais simples e, em seguida,

* USP, Brasil. E-mail: verocalazans@usp.br

reconstituir essa complexidade de forma organizada a fim de torná-la compreensível. O método, descrito desse modo, mostra sua orientação declaradamente analítica. Embora o caráter universalista desse método caracterize-o pelo projeto de alcançar a todos os objetos dos quais o espírito possa ter um conhecimento "certo e indubitável", os objetos matemáticos apresentam-se como seus objetos privilegiados. Em virtude da simplicidade dos seus objetos, as matemáticas tornam-se o ponto de partida para a aplicação do método e, conseqüentemente, da extensão do domínio do conhecimento.

A possibilidade de uma "ciência universal" está, desse modo, inteiramente assentada em um requisito básico: a unidade do método. Esse, por sua vez, tem por fundamento último a unidade da própria razão. Ao inverter o referencial do conhecimento, que se desloca dos objetos desse conhecimento para a razão que os conhece, Descartes confere à razão a capacidade ilimitada de manipular todos os objetos. Se, do ponto de vista da razão, não há limites a serem estabelecidos, sobre o domínio dos objetos incide um critério segundo o qual nem todos os objetos se prestam ao conhecimento, apenas aqueles dos quais o espírito possa ter um conhecimento "certo e indubitável", como ensina a Regra II. Esse é, ao mesmo tempo, um critério ontológico, na medida em que não há sentido em considerar qualquer objeto que não se submeta à razão como objeto do conhecimento. Resta saber, pois, se diante da imposição desse novo critério o caráter representativo do conhecimento adquire um status secundário para Descartes.

Segundo Marion (Marion, 1975, p.257), as *Regulae* retiram da coisa o seu fundamento próprio, construindo em seu lugar um objeto medido pela inteligibilidade, ou, da mesma forma, pela sua cognoscibilidade. Mas, ao mesmo tempo, elas formulam, ou pretendem fazê-lo, uma ontologia do objeto, uma ontologia, que é primeiramente negativa ao sujeitar o Ser ao entendimento. No entanto, a essa ontologia negativa se segue uma "recuperação dos 'lugares' da ontologia". A partir da *mathesis universalis*, o que fornece fundamento ao Ser não é mais seu caráter individual ou de espécie, mas o seu caráter relacional, visto que o ser do objeto é pensado como ordem e medida. O sujeito do conhecimento reconstrói o objeto por meio do ordenamento das relações que o consideram. O princípio desse objeto, então, é destituído da própria coisa e retido pelo sujeito que o reconstrói, ou seja, que o ordena, tornando-se seu fundamento último.

Tendo em vista o projeto de constituição da *mathesis universalis*, pode-se afirmar que não há a exigência de que o conhecimento da natureza, ou mesmo dos objetos matemáticos, possua um caráter estritamente representativo. O primeiro uso exemplar desse método encontra sua realização na obra *La Géométrie* de 1637: a *mathesis universalis* prepara o surgimento da geometria analítica, estabelecendo uma relação entre as operações da aritmética e as construções da geometria. Na *Geometria*, a teoria das proporções desempenha um papel fundamental. Ela é o meio pelo qual a ciência matemática pode tornar-se unificada, pois permite que seja dado à geometria um tratamento algébrico. O método apresentado nas *Regulae* consiste justamente em ordenar os objetos e estudá-los segundo a relação de proporção que eles mantêm entre si. Além disso, a *Geometria* nos oferece um modelo emblemático da opção cartesiana pelo método de análise. Os inegáveis resultados matemáticos promovidos por essa obra servirão de fundamento para a resolução de problemas em diversos autores posteriores a Descartes; Newton entre eles.

Não há como negar o progresso que o método cartesiano representou para a matemática da modernidade. Newton, por exemplo, encontrou fundamento no método de Descartes para a solução de alguns dos problemas mais significativos do início dos seus trabalhos matemáticos. Porém, a partir de 1670, inicia-se um processo que chamarei aqui de "virada metodológica". Newton passa a dirigir críticas relevantes ao método de análise cartesiano. Essas críticas vêm acompanhadas de um interesse pelos textos de geometria dos antigos, o que culmina com o abandono da análise e a adesão ao método sintético dos antigos. O ponto central da crítica a Descartes diz respeito à ausência de um correlato ontológico para os

termos empregados nas equações, ou seja, à falta de correspondência geométrica desses termos: alguns elementos das equações não nomeiam genuinamente nenhuma entidade matemática canônica (geométrica ou numérica). A adesão de Newton ao método de síntese representa, por um lado, o abandono desses elementos desprovidos, segundo Newton, de caráter representativo; por outro, representa o abandono de um método cuja eficácia na solução dos problemas já havia sido demonstrada. Assim, embora Newton não trate propriamente de critérios ontológicos para os referentes matemáticos, a renúncia aos recursos matemáticos logrados pela análise em virtude da falta de correspondente geométrico dos seus elementos prenuncia um radical comprometimento com o realismo matemático.

Portanto, é necessário apresentar os elementos que apontam para o desenvolvimento da seguinte questão: de que maneira a "virada metodológica" é acompanhada, no projeto newtoniano, por uma "reinterpretação ontológica"? Na medida em que essa não é uma exigência para Descartes, a impossibilidade de garantir o correspondente ontológico dos objetos matemáticos não deve ser interpretada como inconsistência no interior do projeto cartesiano. Newton, por sua vez, acaba por atribuir a essa exigência o caráter de um postulado fundamental. Desse modo, a polêmica entre o que poderíamos chamar de um "formalismo abstrato" cartesiano e o "realismo matemático" newtoniano, revela que a diferença entre esses dois autores, para além de suas opções metodológicas distintas, alcança o nível de suas concepções ontológicas, e que essa diferença é a própria fonte de tal polêmica.

2 NEWTON ANALÍTICO E NEWTON SINTÉTICO: RUPTURA OU CONTINUIDADE?

Visto que a questão do realismo matemático de Newton se manifesta em um contexto em que o paralelo entre a análise e a síntese ocupa um estatuto central, é necessário delimitar o modo como esses dois âmbitos se desenvolvem no interior da obra newtoniana. A leitura mais corrente sustenta que houve a "virada metodológica" citada acima, constituída por uma mudança radical na orientação das concepções matemáticas de Newton. Ou seja, os resultados alcançados por Newton, utilizando-se da análise cartesiana, estavam consubstanciados no cálculo das fluxões, que Newton desenvolveu entre os anos 1664 e 1669, sob forte inspiração da *Geometria* de Descartes. Entretanto, no início da década de 1670, Newton teria regressado a uma concepção geométrica mais clássica na qual a linguagem analítica perde seu papel central num movimento de "retorno à geometria dos antigos". Em linhas gerais, essa leitura sustenta que houve uma ruptura do ponto de vista da orientação matemática na passagem para a etapa mais madura da obra de Newton. Embora essa tese, descrita aqui de modo bastante superficial, represente a abordagem da maioria dos comentadores que se dedicaram a questões dessa natureza, tais como Arthur, De Gandt e Cajori, pode-se destacar entre eles Nicolò Guicciardini. A prática matemática de Newton estaria, portanto, claramente dividida em dois períodos: o primeiro em que Newton desenvolve a nova análise cartesiana (e wallisiana) e que tem seu auge no *Tractatus de Methodis Serierum et Fluxionum* (escrito por volta de 1669 e publicado, postumamente, em 1736); e o segundo, um período sintético que culmina com os *Principia* em que o formalismo algébrico dá lugar à geometria, os infinitésimos são substituídos pelos limites e o método analítico dos modernos perde seu espaço para o método sintético dos antigos (Guicciardini, 2004, p. 467). Mesmo que haja um consenso em admitir alguma diferença na abordagem entre o Newton jovem e o maduro, ainda resta a questão de saber se essa divergência constitui propriamente uma ruptura. Se constituir, podem-se delimitar claramente dois períodos distintos e o problema a ser considerado será o de identificar a razão dessa ruptura. Nesse sentido, o comprometimento de Newton com o realismo matemático se oferece como um elemento essencial da resposta.

Entretanto, a tese de que houve uma ruptura radical entre a etapa analítica e a sintética não é uma unanimidade. Marco Panza (Panza, 2001, p. 8) sustenta que essa tese da ruptura articula a relação entre a análise e a geometria de modo completamente equivocado. Segundo ele, essa relação não pode ser reduzida a uma oposição entre duas orientações distintas, dois modos de fazer matemática, dois modos de formular e resolver problemas, ou ainda, a um enfrentamento entre duas linguagens. A única distinção radical possível entre a análise e a geometria seria a caracterização de ambas como teorias matemáticas distintas e que, portanto, se referem a dois domínios distintos de objetos. Panza, no entanto, caracteriza a análise cartesiana como um novo modo de se fazer geometria, mas, ainda assim, trata-se de geometria já que contempla objetos geométricos como curvas, tangentes, centro de curvas etc. Assim, não há sentido em se referir a um "retorno à geometria" pois as investigações de caráter analítico que levaram Newton à redação do *De Methodis* são investigações a respeito da geometria e seus resultados são geométricos. Desses mesmos resultados, podem-se extrair o núcleo argumentativo e os procedimentos matemáticos dos quais vai emergir a geometria diferencial dos *Principia*. Desse modo, pode-se dizer que Panza advoga a tese de que há uma continuidade na obra newtoniana garantida pelo caráter geométrico dos objetos, dos problemas e das resoluções em questão.

Ao assumir essa tese da continuidade, no entanto, é necessário reavaliar as bases sobre as quais se apresenta a questão do realismo matemático. Enquanto que a tese da ruptura conduz quase que diretamente ao comprometimento de Newton com o realismo, a suposição de que os métodos cartesianos guardam intacto seu caráter geométrico introduz um novo elemento consideravelmente mais complexo. A álgebra geométrica introduzida por Descartes na *Geometria* consiste em certos procedimentos argumentativos capazes de associar a uma ampla classe de curvas equações algébricas que as definem. Tais procedimentos são estendidos e enriquecidos por Newton alcançando algoritmos mais gerais. Então, o *De Methodis* marca uma etapa embrionária do que será mais tarde, segundo Panza, a *análise*. Esta sim deve ser entendida como uma teoria matemática cujo domínio de objetos é distinto e que resulta de um processo que tem apenas sua origem na teoria das fluxões. Dito de outro modo, os primeiros estudos matemáticos de Newton, chamados de analíticos, ainda não constituem uma nova teoria distinta da geometria, mas tão somente seus primeiros passos.

Esse novo cenário impõe a tarefa de pesquisar de que maneira a questão do realismo matemático pode ser posta diante da tese da continuidade, e, ainda, se ela pode ser posta diante dessa tese. Assumindo a preservação do caráter geométrico dos objetos da teoria das fluxões, como seria possível afirmar que a posterior opção pelo método sintético é devida a uma exigência, supostamente não cumprida pela análise, de um caráter geometricamente representativo dos símbolos das equações? Ou, reformulando o problema, como caracterizar o abandono por Newton desse algoritmo desenvolvido a partir dos métodos cartesianos? Panza sustenta que esses métodos cartesianos foram estendidos por Newton e combinados com os métodos de quadratura a ponto de sugerir a possibilidade de uma teoria autônoma complementar à geometria e não alternativa a ela, o que o permitiu chegar à teoria das fluxões. Os *Principia* seriam, então, não um abandono de todo o êxito alcançado pela etapa analítica, mas uma apresentação sintética cujo núcleo argumentativo preserva uma continuidade com relação à etapa inicial. No entanto, retorna aqui uma questão central: o que significa essa renúncia à apresentação analítica? Como compreender, a partir dessa perspectiva, a substituição da teoria das fluxões do *De Methodis* pela sua apresentação sintética nos *Principia*?

Tendo em vista tais questões – embora sejam análogas àquelas postas diante da tese da ruptura – o problema do comprometimento de Newton com um realismo matemático torna-se mais complexo. Deixa de ser evidente que a razão para a passagem de uma etapa a outra sejam as exigências de ordem ontológica,

já que os objetos dos primeiros resultados de Newton não deixam de ser geométricos. No entanto, cabe pesquisar que razões seriam estas e, conseqüentemente, se a exigência de um realismo matemático exerce ainda alguma função nessa passagem. Desse modo, a suposição de que a ruptura não é a única articulação possível entre a fase inicial e a fase madura da obra matemática newtoniana não tem o papel de, simplesmente, substituir uma leitura majoritariamente aceita. Ao contrário, ela pretende ampliar os contornos de uma discussão que não se esgota em uma ou outra abordagem. Se, por um lado, a tese da ruptura parece destacar as opções metodológicas completamente diferentes, separando uma fase analítica e outra sintética na matemática de Newton; por outro, a abordagem continuísta destaca as similaridades entre essas fases supostamente distintas. Tais similaridades dizem respeito, principalmente, aos problemas e aos objetos matemáticos que se manteriam os mesmos. Então, o propósito desse texto não é o de decidir por uma das duas abordagens, mas o de argumentar em favor de que um tratamento adequado às questões relativas ao retorno de Newton à geometria dos antigos não pode negligenciar a "virada metodológica" sustentada pela tese da ruptura; mas, igualmente, não pode ignorar as similaridades destacadas pela tese da continuidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTHUR, R. T. W. Newton's fluxions and equably flowing time. *Studies in History and Philosophy of Science* **26** (2): 340-356, 1995.

BARROW, I. *Geometrical lectures of Isaac Barrow.* Trad. Child, J. M. Chicago, Londres: The Open Court Publishing Company, 1916.

BATTISTI, C. A. *O método de análise em Descartes: da resolução de problemas à constituição do sistema do conhecimento.* Cascavel: Edunioeste, 2002.

COHEN, I. B. & WESTFALL, R. S. *Newton: Textos, Antecedentes e Comentários*. Trad. Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Contraponto, 2002.

_____. *Introduction to Newton's Principia*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1971.

_____. *The Newtonian Revolution; with illustration of the transformation of scientific ideas*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980.

_____. *Revolution in science*. Cambridge: University of Harvard Press, 1985.

DE GANDT, F. Le style mathématique des Principia de Newton. *Revue d'Histoire des Sciences* **39**: 195-222, 1986.

DESCARTES, R. *The Geometry of René Descartes.* Trad. Smith, D. e Lathan, M. Nova Iorque: Dover Pubications, [1637], 1954.

_____. *Principia philosophiae.* Paris: J. Vrin, 1982. (Oeuvres de Descartes)

_____. *Regras para a orientação do espírito*. Trad. Maria E. Galvão. São Paulo: Martins Fontes, [1628]1999.

_____. *Princípios da Filosofia.* Trad. João Gama. Lisboa: Edições 70.

DUCHEYNE, Steffen. Mathematical models in Newton's Principia: a new view of the 'Newtonian Style'. *International Studies in the Philosophy of Science*, **19** (1): 1-19, 2005.

GUICCIARDINI, N. *Reading the Principia: the debate on Newton's mathemetical methods for natural philosophy from 1687 to 1736*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

_____. Newton and the publication of his mathematical manuscripts. *Studies in History and Philosophy of Science* **35** (3): 1-18, 2004.

HALL, A. R.; HALL, M-B. *Unpublished scientific papers of Isaac Newton.* Cambridge: Cambridge University Press, 1962.

LAUDAN, L. *Science and values: the aims of science and their role in scientific debate*. Berkeley: University of California Press, 1984.

MANCOSU, P. *Philosophy of mathematics & mathematical practice in the seventeenth century.* Oxford: Oxford University Press, 1999.

MARION, Jean-Luc. *Sobre a ontologia cinzenta de descartes.* Trad. Armando Pereira de Silva e Teresa Cardoso. Lisboa: Instituto Piaget, 1975.

NEWTON, I. *Sir Isaac Newton's Mathematical Principles of Natural Philosophy and his System of the World*. Translated into English by Andrew Motte in 1729. The translations revised, and supplied with an historical and explanatory appendix, by Florian Cajori. Berkeley: University of California Press, [1687]1934. 2 v.

_____. *The Correspondence of Isaac Newton*. Cambridge: Cambridge University Press, 1959-1977. 7 v. [*Correspondence*]

_____. *The Principia: mathematical principles of natural philosophy*. Trad. I. B. Cohen e A. Whitman. Berkeley: University of California Press, [1687]1999. [*Principia*]

_____. *Princípios matemáticos; óptica; o peso e o equilíbrio dos fluídos*. Traduções de Carlos Lopes de Matos, Pablo Rubén Mariconda e Luiz João Baraúna. São Paulo: Abril Cultural, 1979. (Col. Os Pensadores).

PANZA, M. Introducción. Pp. 1-56, *in* NEWTON, I. *Tratado de métodos de series y fluxiones.* Trad. Iztaccíhuatl Vargas. México: Unam, [1671]2001.

_____. *Newton*. Paris: Belles Lettres, 2003.

_____. *Newton et les origines de l'analyse: 1664-1666*. Paris: Albert Blanchard, 2005.

VINCENT, J. *Descarte la geometrie de 1637*. Paris: Presses Universitaires de France, 1996.

WHITESIDE, D. T. *The mathematical papers of Isaac Newton*. 8 v. Cambridge: Cambridge University Press [*MP*], 1967-1980.