

Eppur, si muove? El tercer movimiento de la Tierra en el De Revolutionibus

Gonzalo L. Recio[†]

Resumen

La teoría de la Tierra de Copérnico es nuclear al carácter revolucionario de su sistema astronómico. A pesar de tener este lugar prominente en la historia, los detalles de la teoría de la Tierra copernicana son generalmente ignorados por los no especialistas, por no existir textos accesibles a quienes desconocen los detalles técnicos de este tipo de obra. En este trabajo busco cubrir parcialmente este hueco en la bibliografía presentando el desarrollo de la teoría copernicana para la precesión. Para ello examino las fuentes históricas de las teorías astronómicas que lo precedieron, y la base empírica sobre la cual el gran astrónomo polaco se apoyó para formular su propio modelo.

1. Introducción

La teoría de la Tierra de Copérnico es nuclear al carácter revolucionario de su sistema astronómico. Las implicancias del cambio heliocéntrico fueron discutidas desde muchos puntos de vista a lo largo del siglo XX: desde las reflexiones de Freud (1920, p. 247) acerca del impacto de Copérnico sobre la autovaloración del hombre moderno al uso de su innovación por parte de Kuhn (1957) como ejemplo notable de revolución científica, el movimiento de la Tierra tal y como lo introdujo el astrónomo polaco es uno de los momentos más importantes del desarrollo del pensamiento moderno.

A pesar de tener este lugar prominente en la historia, los detalles de la teoría de la Tierra copernicana son generalmente ignorados por los no especialistas. En este trabajo busco cubrir parcialmente este hueco en la bibliografía presentando el desarrollo de la teoría copernicana para la precesión. Para esto, el trabajo está dividido en cuatro secciones. En la primera me ocupo de exponer el descubrimiento de la precesión, presentándolo en el contexto geocéntrico en el que ocurrió, y a través del cual el propio Copérnico lo aprendió. En la segunda presento la manera en la que Copérnico interpretó la precesión como un fenómeno atribuible no a las estrellas fijas, sino a un movimiento de la propia Tierra. En la tercera introduzco el concepto de *trepidación* o *anomalía precesional*, un fenómeno (erróneamente) aceptado en tiempos de Copérnico, que el astrónomo mismo introdujo en su sistema, y que causó una complicación notable en el diseño teórico del mismo. Por último, en la cuarta parte muestro el dispositivo geométrico que Copérnico utilizó para solucionar los problemas asociados a una precesión anomalística, es decir, a la trepidación.

2. El descubrimiento de la precesión en un contexto geocéntrico

[†] Universidad Nacional de Quilmes (UNQ). Universidad Pedagógica Nacional (UNPE). Para contactar al autor, por favor, escribir a: gonzalorecio@hotmail.com.

Según indica Ptolomeo (1984, pp. 327-330), el descubrimiento del fenómeno conocido hoy como *precesión de los equinoccios* debe atribuirse a Hiparco de Nicea (s. II a.C.). Aunque no poseemos ninguna de las obras en las cuales Hiparco habla de estos temas, el tratamiento que Ptolomeo hace de ellos en su *Almagesto* sigue, según el propio autor, el camino trazado por aquél. Entonces, haré un breve repaso de las observaciones usadas por Ptolomeo en su investigación, los problemas astronómicos implicados en ellas, y la solución teórica propuesta.

Ptolomeo (primera mitad del siglo II d.C.) refiere (1984, p. 327) que Hiparco comparó las coordenadas eclípticas de Spica en tiempos de Timócares de Alejandría (principios del s. III a.C.) con las de su propio tiempo. En la observación de Timócares Spica mostró una longitud de 8° (Imagen 1).

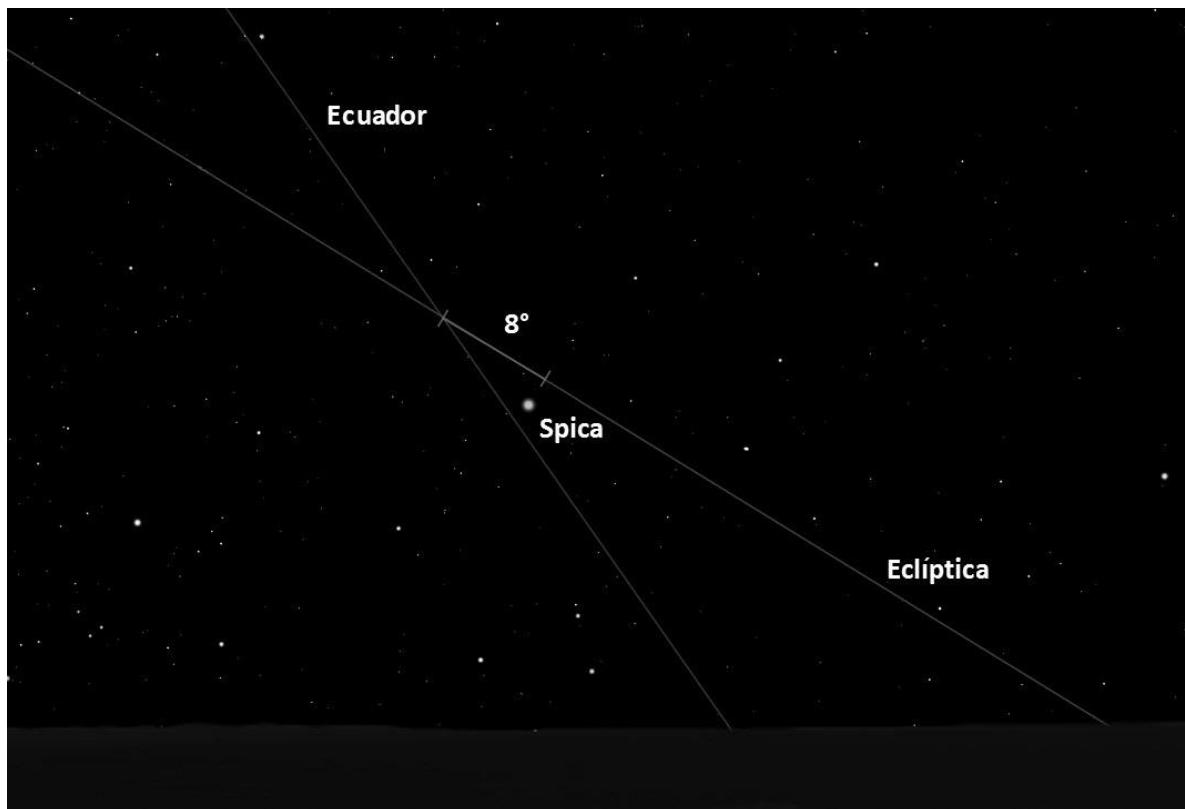


Imagen 1. Representación de la observación de Spica por Timócares, con la estrella mostrando una longitud de 8° oeste (Recreado en Stellarium).

En su propio tiempo, sin embargo, Hiparco encontró que la longitud no era de 8° , sino de 6° (Imagen 2).

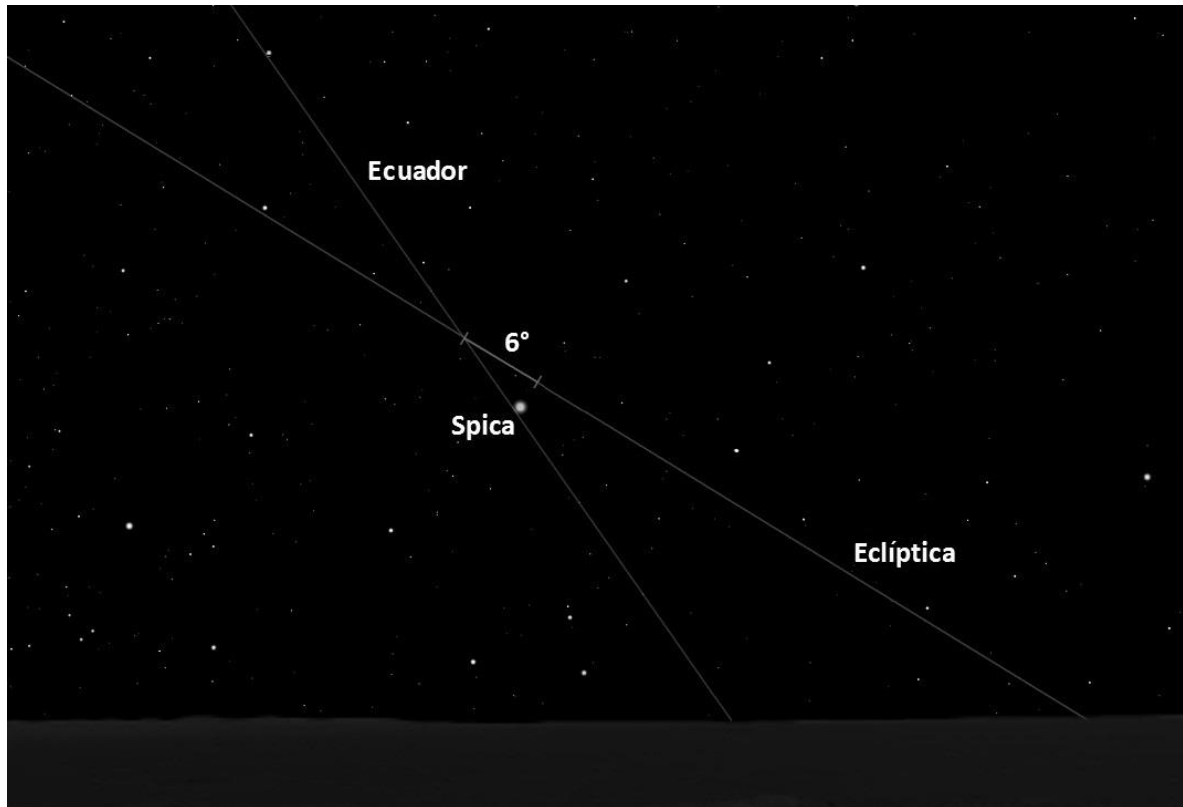


Imagen 2. Representación de la observación de Spica por Hiparco, con la estrella mostrando una longitud de 6° oeste (Recreado en Stellarium).

Esto significaba que Spica no mantenía una posición fija con respecto a los equinoccios, sino que tenía un movimiento en sentido oeste-este, contrario al movimiento diario en sentido este-oeste. Dada la variación detectada en el período entre Timócares e Hiparco, este movimiento tenía una velocidad de 1° por siglo. Aparentemente Hiparco repitió este tipo de comparación muchas veces, con otras estrellas, siempre llegando a los mismos resultados. Ptolomeo también nos dice (1984, p. 328) que él mismo realizó un estudio en el cual comparó la posición de Régulo en tiempos de Hiparco con aquella que se observaba en su propio tiempo. Esta comparación, nos dice, le confirmó los resultados de Hiparco.

El astrónomo alejandrino también nos dice (1984, p. 329) que, si bien la longitud de las estrellas había cambiado, la latitud eclíptica se había mantenido constante en el tiempo. Esto indicaba que el lento movimiento de la esfera de las estrellas fijas en sentido oeste-este tenía el mismo eje de revolución que aquél que movía al Sol en torno a la Tierra una vez al año (Figura 1).

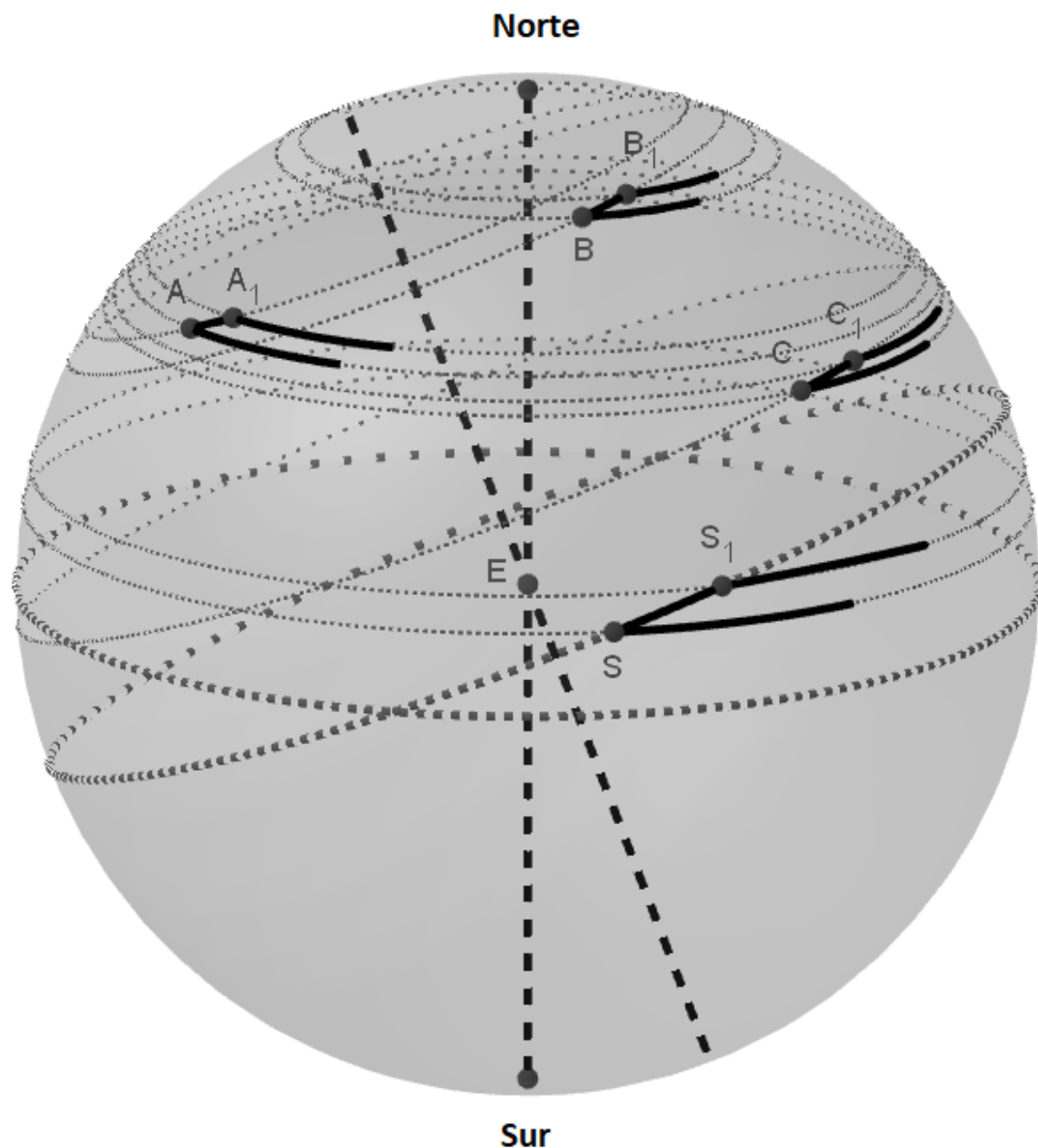


Figura 1. Representación de la esfera de las estrellas fijas luego de la incorporación del movimiento de precesión descubierto por Hiparco. Los dos círculos punteados gruesos representan al ecuador celeste (círculo horizontal) y a la eclíptica (con una inclinación respecto al ecuador que corresponde a la oblicuidad de la eclíptica). Un observador en la Tierra E percibe el movimiento diario de la esfera en sentido este-oeste porque la totalidad de los astros siguen trayectorias diarias paralelas al ecuador. Además podemos ver el arco SS_1 , que representa el movimiento solar anual a través de la eclíptica. Por último, vemos representado al movimiento de precesión, que lleva a la totalidad de las estrellas en un lento movimiento de oeste-este, paralelo a la eclíptica, en los arcos AA_1 , BB_1 and CC_1 .

3. La interpretación copernicana de la precesión

Fiel al espíritu de su revolución heliocéntrica, Copérnico afirmó que los fenómenos que Hiparco y Ptolomeo habían explicado con un movimiento de las propias estrellas podían –y debía– ser explicado en cambio con una nueva concepción de la teoría del movimiento de la Tierra (1978, pp. 119-120).

La Tierra de Copérnico se mueve en torno al Sol llevada por una esfera que él llama “Anual” o “Gran Esfera”. Tal como Copérnico lo entiende, las propiedades del movimiento de esta esfera son tales que cualquier cuerpo llevado por ella mantendrá, por sí mismo,¹ una dirección fija con respecto al centro de movimiento de esa esfera (Figura 2).

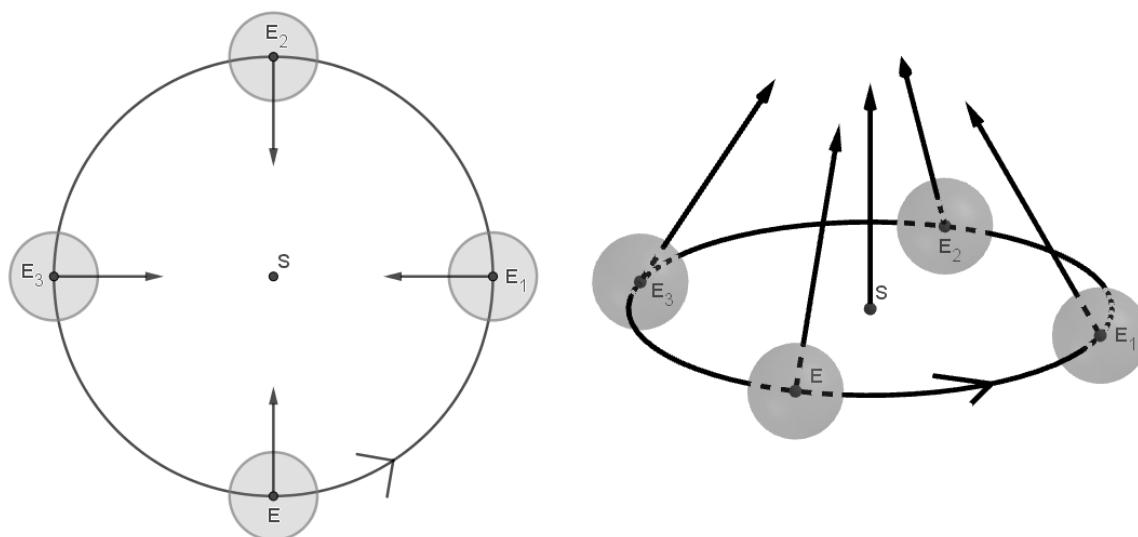


Figura 2. Representación del movimiento de la Tierra E en torno al Sol S visto desde el polo norte eclíptico (izquierda) y desde una vista diagonal (derecha). La Tierra se encuentra en cuatro posiciones sucesivas E, E₁, E₂, y E₃, y el eje de rotación mantiene una posición fija con respecto al centro de la Esfera Anual.

En la Figura 2 podemos apreciar que el eje de rotación diaria y el eje de revolución anual no son paralelos, sino que forman un ángulo que son la contrapartida heliocéntrica de la oblicuidad de la eclíptica de Ptolomeo. Aquí, en el diagrama de la izquierda el eje de revolución anual es perpendicular a la hoja, y el eje de rotación de la Tierra en su primera posición E apunta al eje de revolución anual. Lo mismo se representa a la derecha desde una perspectiva diferente. Según Copérnico, dado que la Tierra se mueve en una esfera que rota en torno a S, entonces la dirección del eje de rotación también rotará en torno a S, haciendo que el propio eje siempre apunte en la dirección del eje de revolución.

El efecto de la revolución anual de la Tierra sobre la dirección de su eje de rotación diaria significa que el polo norte celeste debería cambiar continuamente con un período anual. Dado que esto no es lo que se observa, Copérnico decidió añadir un nuevo movimiento de la Tierra², el cual contrarresta al primero. Para hacer esto, dice, el nuevo movimiento hace que el eje de rotación se

¹ Esto es, si no se toma en cuenta el movimiento diario.

² En cierto sentido, el movimiento anual y el diario son también nuevos. Ellos, sin embargo, tienen una contraparte clara en la astronomía ptolemaica, mientras que el movimiento que explica la falta de cambio en la dirección del polo norte celeste es una incorporación sin un claro precedente en la tradición anterior.

mueva en torno a un nuevo eje que es paralelo al eje de revolución anual, sólo que en el sentido contrario (Figura 3).

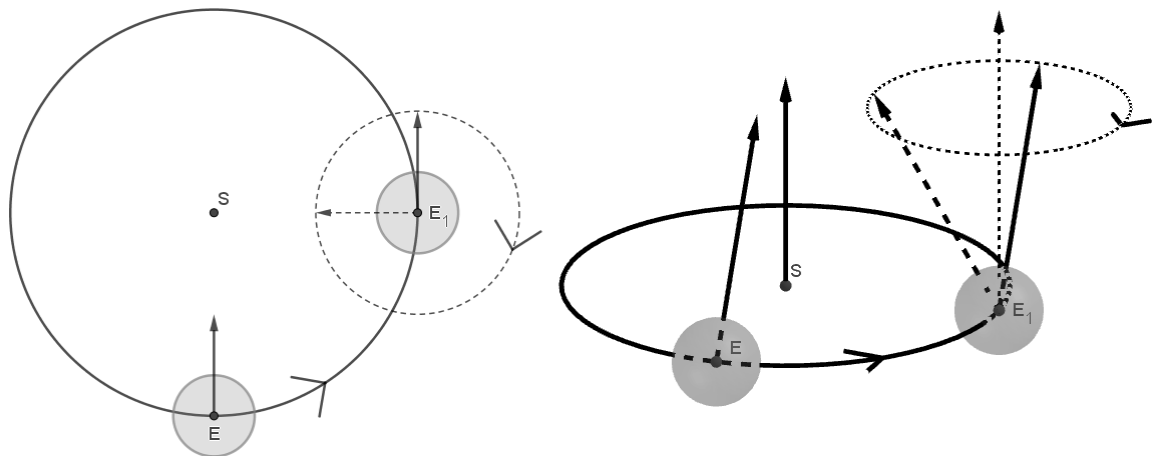


Figura 3. Representación del tercer movimiento de la Tierra visto desde el polo norte eclíptico (izquierda) y desde una perspectiva diagonal (derecha). Para lograr que el polo norte celeste mantenga su dirección, mientras que la Tierra se mueve desde E a E_1 en sentido antihorario, el eje de rotación diaria se mueve en torno a un eje paralelo al eje de revolución anual, describiendo un círculo con su movimiento horario.

Como el mismo Copérnico señala (1978, p. 25), si ambos movimientos –el anual de revolución y el nuevo movimiento del eje de rotación– tienen el mismo período, entonces la dirección del eje de rotación permanecería siempre igual, y el polo norte celeste siempre estaría fijo respecto de las estrellas. Y dado que el ecuador celeste es perpendicular al eje de rotación, tal equivalencia de período haría que el plano del mismo permanezca fijo respecto de la eclíptica, y de la esfera de las estrellas fijas. Así, los puntos equinocciales también se mantendrían fijos (Figura 4).

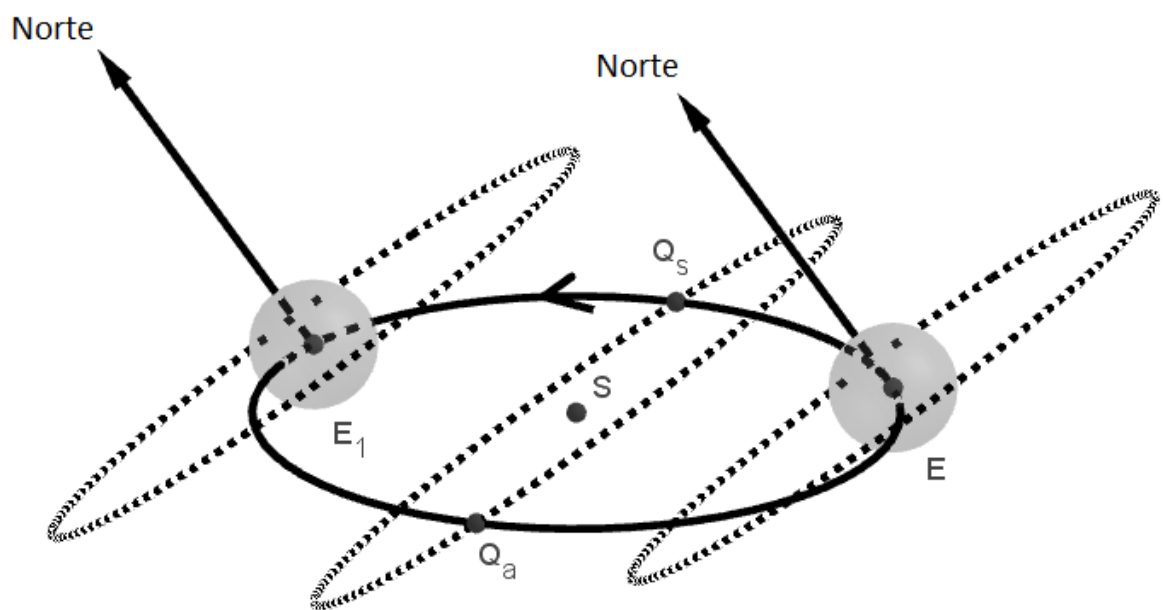


Figura 4. Representación de un plano fijo del Ecuador, y de los puntos equinocciales, si el nuevo movimiento de la Tierra tuviera un período anual: mientras que la Tierra se mueve desde E a E_1 por el movimiento anual, el eje de rotación siempre permanece paralelo a sí mismo gracias al nuevo movimiento que contrarresta los efectos del

anterior. Esto hace que el plano del ecuador celeste siempre se mantenga paralelo a sí mismo, produciendo puntos equinocciales fijos respecto del fondo de estrellas. El ecuador celeste está representado tres veces: una vez centrado en E, otra en E1, y otra centrado en S. No hay problemas en hacer esto, dado que la distancia ES es despreciable comparada al tamaño de la esfera celeste.³

Ahora bien, la teoría de precesión de Ptolomeo se originaba en la observación de que el fondo de estrellas parecía moverse respecto de los puntos equinocciales. Su solución suponía que eran las estrellas las que se movían, y no esos puntos. La solución de Copérnico, en cambio, fue mover esos puntos. Y puesto que los puntos equinocciales son la intersección de la eclíptica con el ecuador, eso significaba que había tres maneras de moverlos: moviendo al ecuador, a la eclíptica, o a ambos. Gracias a su investigación sobre el efecto del movimiento de revolución anual sobre la dirección del eje de rotación diaria, Copérnico se dio cuenta que la solución debía enfocarse en mover al ecuador.

De acuerdo con lo visto en la Figura 2, la revolución anual de la Tierra hace que el eje de rotación realice, él mismo, una revolución por año. Esta revolución del eje de rotación produciría una correspondiente revolución en el ecuador celeste, el cual mantendría constante su inclinación respecto a la eclíptica, pero cambiaría la dirección en la cual intersecta ese círculo (Figura 5).

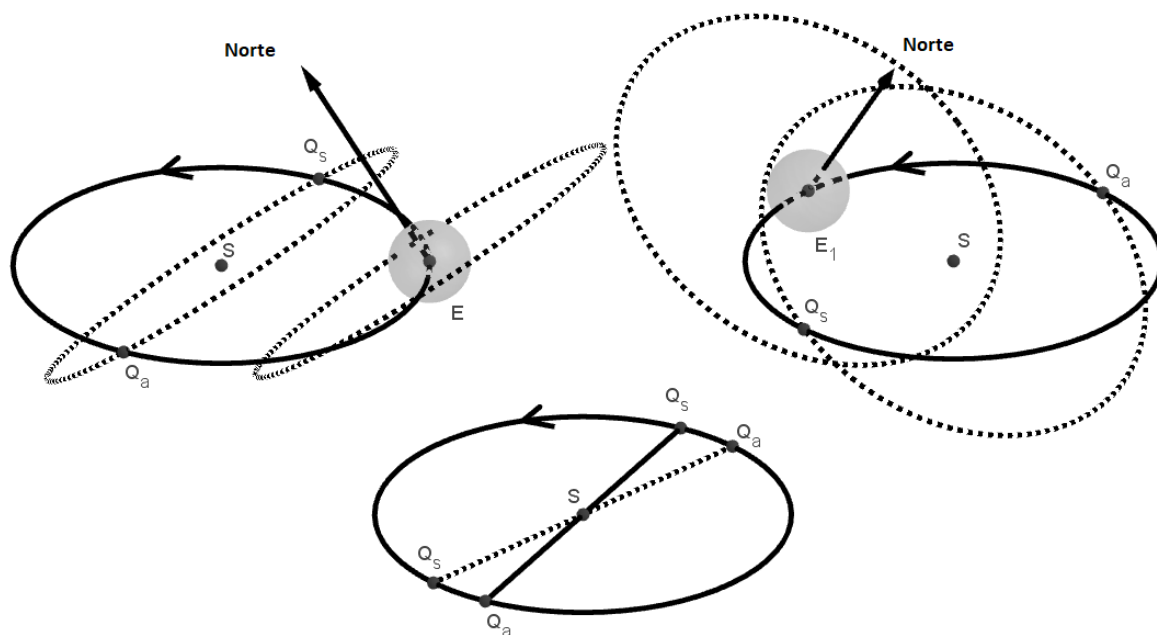


Figura 5. Efecto del movimiento anual de la Tierra en la ubicación de los puntos equinocciales si no hubiera un tercer movimiento como el propuesto por Copérnico. Primero (arriba a la izquierda) la Tierra tiene una posición inicial, con el eje de rotación apuntando hacia un lugar en la esfera. Al igual que antes, el ecuador celeste está

³ La cuestión sobre el tamaño de la órbita terrestre respecto de la esfera de las estrellas fijas fue central en los debates posteriores sobre el *De Revolutionibus* (Dobrzycki, 1972). El principal motivo está en el hecho de que un movimiento de la Tierra supondría la necesidad de observar un efecto de paralaje en las posiciones estelares, cosa que no sucede. Copérnico esquiva esta objeción, justamente, apelando al tamaño despreciable de la órbita terrestre en comparación con la de las estrellas fijas, volviendo insignificante el cambio de posición del observador que su modelo introducía (Copérnico, 1978, p. 16).

representado varias veces. Los puntos Q_a y Q_s representan a los puntos equinociales en esa configuración. Segundo (arriba a la derecha) la Tierra se ha movido hasta E_1 , y gracias a este movimiento la dirección del eje de rotación ha cambiado, al igual que la posición del ecuador celeste respecto a la eclíptica. Esta vez también está representado dos veces, y los puntos equinociales correspondientes también están determinados por Q_s and Q_a . En la última representación (abajo) podemos ver la comparación entre las dos posiciones de los puntos equinociales: los puntos unidos por la línea sólida representan las posiciones de los puntos equinociales cuando la Tierra está en E, y los puntos unidos por la línea cortada las posiciones cuando está en E_1 .

En la Figura 5 podemos ver qué sucedería con las posiciones de los puntos equinociales si no hubiera un tercer movimiento para contrarrestar el efecto de la revolución anual en la dirección del eje de rotación: llevarían a cabo una revolución entera por año sobre la eclíptica, a exactamente el mismo ritmo que la revolución de la Tierra en torno al Sol. Allí la Tierra ha recorrido poco menos que la mitad de su órbita, y los puntos equinociales han realizado un cambio proporcional en sus respectivas posiciones, casi invirtiendo las ubicaciones de los equinoccios vernales y otoñales. No hace falta decir que esto no tiene nada que ver con los cambios anuales aparentes que son –y eran– observados en el cielo. Por supuesto, precisamente para evitar este inconveniente es que Copérnico incorporó el tercer movimiento. Pero el hecho de que los puntos equinociales se movieran debido al movimiento del eje de rotación era en sí mismo interesante, pues esa clase de comportamiento era deseable para dar cuenta del cambio de las posiciones relativas de las estrellas respecto a los puntos equinociales. Sólo que en lugar de ser anual, la revolución de esos puntos debía ser mucho más lenta.

En conclusión, la respuesta al problema de dar cuenta de la precesión en un marco heliocéntrico tal y como él lo entendía debió de haberse manifestado con claridad una vez que llegó a este punto en sus investigaciones: el efecto que la revolución de la Tierra en torno al Sol tenía en el movimiento de los puntos equinociales hacía que estos dieran una vuelta a la eclíptica por año. Para evitar esto, él introdujo un nuevo movimiento de la Tierra que contrarrestaba ese efecto. Cuanto más cerca se hallaba el período de este último movimiento al período anual, con más exactitud cancelaría el efecto de la revolución anual en los puntos equinociales. De hecho, como él mismo dice, si tuviera exactamente un período anual, el tercer movimiento lo cancelaría exactamente. Pero eso no era lo que él quería, pues, como Hiparco había notado, de hecho hay un movimiento de esa clase, aunque uno muy lento. Entonces, dijo Copérnico, el tercer movimiento debe tener un período apenas más largo que el de la revolución anual. Esta diferencia es tan pequeña que “[...] fue descubierta sólo cuando [su efecto] se volvió más grande por el paso del tiempo” (Copérnico, 1978, p. 25).

4. Más allá de la herencia griega: el De Revolutionibus y el fenómeno de la trepidación

Hasta ahora hemos seguido a Copérnico en lo que podría llamarse su transformación heliocéntrica de la teoría de precesión de Hiparco y Ptolomeo. Para ello, hemos asumido que de hecho Copérnico quería dar cuenta de los mismos fenómenos que Ptolomeo había enfrentado en su momento, y a los que había dado respuesta en su *Almagesto*. Las cosas, sin embargo, no son tan simples. Desde los tiempos ptolemaicos nuevas observaciones respecto al movimiento de las estrellas habían dado

lugar a nuevos problemas. Esta nueva información obligó a Copérnico a desarrollar una teoría de la precesión –y por lo tanto, una teoría de la Tierra– mucho más compleja.

En el libro III, capítulo 2 del *De Rev.*, Copérnico da una lista de observaciones que, según él, prueban que “[...] la precesión de los equinoccios no es uniforme” (1978, p. 120) (Tabla 1).

Astrónomo	Año (egipcio, desde la muerte de Alejandro)	Longitud de la estrella					
		Régulo		Spica		β Scorpii	
		Grados	Minutos	Grados	Minutos	Grados	Minutos
Timócares I	30			172	20	212	
Timócares II	42			172	30		
Hiparco	196	119	50				
Menelao	422			176	15	215	55
Ptolomeo	462	122	30	176	40	216	20
al Battani	1202	134	5			227	50
Copérnico I	1839			197	14		
Copérnico II	1849			197	21		

Tabla 1. Longitudes de Régulo, Spica y β Scorpii según los registros de diversos astrónomos. En el *De Rev.* Copérnico registra las longitudes referenciándolas a diferentes puntos de la eclíptica, esto es, en algunos casos al solsticio de junio, y en otros al equinoccio de septiembre. Aquí las he normalizado todas, referenciándolas al equinoccio de marzo. La identificación de la estrella a la que Copérnico se refiere como “[...] la más septentrional de las tres de la frente del Escorpión, y la primera en orden en la formación de ese signo zodiacal [...]” (1978, p. 120) como β Scorpii es segura (Swerdlow & Neugebauer, 1984, p. 130).

Una ventaja que Copérnico tenía respecto a Ptolomeo era que podía analizar el movimiento precesional a través de un período de tiempo mucho más largo que su antecesor alejandrino. Y cuando hizo esto encontró que el ritmo de precesión, que según Ptolomeo era de 1° por siglo, tenía un comportamiento mucho más complejo.

Cuando miramos la Tabla 1 podemos ver que las longitudes de las estrellas en la lista varían a través del tiempo. Esto es esperable, dado que la longitud es medida en referencia al equinoccio de marzo, y es esta posición relativa la que cambia por la precesión. Sin embargo, si analizamos el ritmo de variación, un nuevo aspecto del fenómeno se manifiesta.

Copérnico señala que estas observaciones muestran una variación en el ritmo mismo de precesión. De hecho, desde la primera observación de Spica hecha por Timócares a la observación de Ptolomeo de la misma estrella, se ve una precesión de 4;20° en 432 años, cerca de 1° por siglo. En el período de Hiparco a Ptolomeo el mismo ritmo de precesión puede obtenerse a partir de las dos longitudes de Régulo. En los 780 años desde Menelao (siglos I-II d.C.) a al Battani (siglos IX-X d.C.), no obstante, β Scorpii muestra una precesión de 11;55°, cerca de 1° cada 66 años. De hecho, nos dice, si uno mide no desde Menelao sino desde Ptolomeo el ritmo se acelera a 1° cada 65 años. El último período que calcula es el que va de al Battani a su propia segunda observación. Dado que él observó sólo a Spica, y al Battani no tenía ninguna observación de esa estrella, Copérnico presumiblemente calculó el ritmo de precesión entre los dos adicionando a la longitud

de Spica en tiempos de Ptolomeo el valor de la precesión entre Ptolomeo y al Battani, que es $11;30^\circ$ –si se toma la precesión de β Scorpii–. Así, la posición de Spica en los tiempos de al Battani debió ser $188;10^\circ$, y la precesión entre al Battani y Copérnico fue $9;11^\circ$, o cerca de 1° cada 71 años.

Estos simples cálculos mostraban que el movimiento de precesión no era uniforme, y que había una aceleración y desaceleración de la misma que debía ser explicada. Este fenómeno de una precesión anómala ya era conocido por los astrónomos al menos desde el siglo IV como el fenómeno de *trepidación* (Dobrzycki, 2010).⁴

Siendo un estudioso de Ptolomeo y sus sucesores islámicos, Copérnico inmediatamente asumió que este fenómeno era cíclico, y, aún más, que esos ciclos de variación eran –para decirlo en términos modernos– de naturaleza sinusoidal⁵. El hecho de que presupone esto se manifiesta claramente cuando representa la anomalía de la precesión de una manera típicamente ptolemaica, dibujando un círculo (Copérnico, 1978, p. 128) donde cuatro puntos opuestos representan los momentos de mínima, media y máxima velocidad precesional.

Copérnico reconoció que el período de precesión más lento es aquél que va desde Timócares hasta Ptolomeo, y que durante los 432 años permaneció aproximadamente constante. Concluyó, por tanto, que el momento de mínima velocidad precesional ocurrió justo en el medio de ese período, cerca de 196 años egipcios después de la muerte de Alejandro. Este es exactamente el año en que Hiparco llevó a cabo su observación de Régulo. Dada la naturaleza sinusoidal de la precesión, parecía natural observar que, cerca del mínimo, el ritmo de precesión permaneciera muy estable, como las observaciones parecían indicar. El período más rápido fue calculado para el tiempo entre Ptolomeo y al Battani, por lo que el momento de máxima velocidad precesional debe haber sucedido durante esos 740 años. En su propio tiempo, señala, el ritmo de precesión había decrecido casi hasta aquél de los tiempos de Timócares, por lo que concluye que se encontraban cerca del final de un ciclo de anomalía, o a lo sumo comenzando uno nuevo.

Con todo, las conclusiones de Copérnico acerca de los detalles del período están lejos de ser verdaderamente sustentadas por las observaciones de las que disponía, y uno no puede evitar sentir que está haciendo un esfuerzo para incorporar de una manera elegante, en su modelo heliocéntrico, un fenómeno que cualquier astrónomo del siglo XVI le demandaría a cualquier propuesta astronómica nueva.

5. Al-Tusi y la propuesta copernicana para solucionar la anomalía precesional

La propuesta de Copérnico para dar cuenta de la trepidación en un contexto heliocéntrico, donde este fenómeno era considerado como un efecto de uno o varios movimientos de la Tierra, será presentada en dos etapas. Esto sigue el orden de Copérnico, quien primero muestra qué clase de movimiento simple tiene que realizar el eje de la Tierra para dar cuenta del mencionado fenómeno,

⁴ La trepidación no es aceptada en la actualidad como un fenómeno real. Las causas históricas de esta suerte de “ilusión” astronómica de tan larga duración no son completamente conocidas.

⁵ Cfr. Hanson, 1960, para una explicación acerca de la relación entre funciones sinusoidales y astronomía epicíclica.

y luego muestra cómo lograr ese movimiento simple a partir de una combinación de movimientos circulares y uniformes.

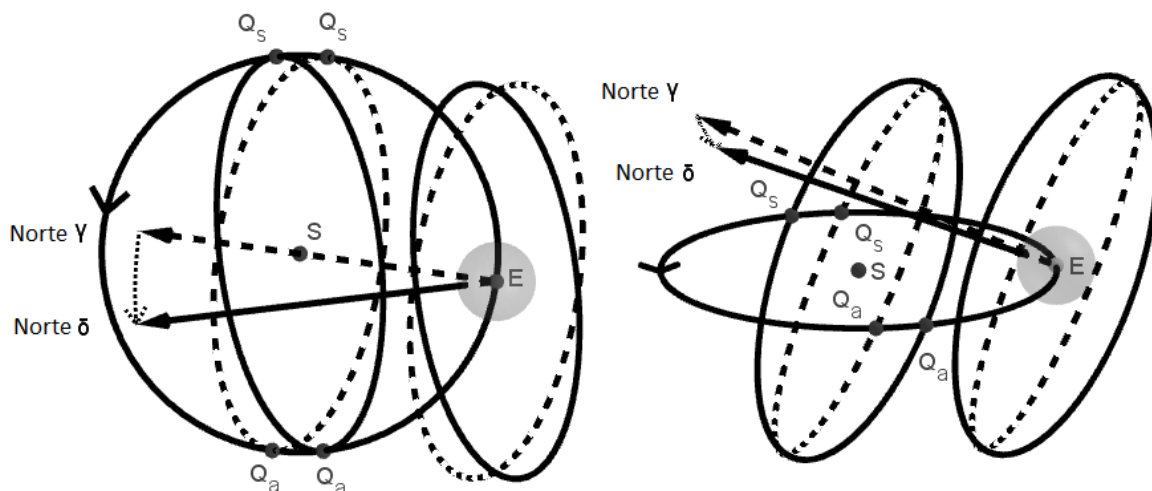


Figura 6. Representación del movimiento del eje que es necesario para dar cuenta de la anomalía precesional (trepidación) vista desde el polo norte eclíptico (izquierda) y desde una perspectiva diagonal (derecha). Cuando el polo norte del eje se mueve desde Norte γ a Norte δ , entonces el ecuador celeste cambia su posición desde la representada con líneas discontinuas a la representada con líneas sólidas. Los puntos equinociales se mueven con él.

Como ya sabemos, el movimiento de compensación que vimos en la Figura 3, al tener un período un poco mayor que el período anual, produce un lento movimiento de precesión de los puntos equinociales, que es proporcional a esa diferencia. Este movimiento precesional es constante, dado que la diferencia entre ambos períodos también lo es. Para dar cuenta de la variación del ritmo precesional, entonces, Copérnico decide superponer a ese movimiento otro que por se le adicione y se le substraiga alternativamente. La manera en que lo hace es sumamente ingeniosa.

Por un lado, si asumimos que en la Figura 6 la Tierra se está moviendo en sentido antihorario, entonces el movimiento de compensación hará que los puntos equinociales se muevan en el mismo sentido. Por otro lado, si el polo norte del eje de rotación se mueve desde Norte γ a North δ , entonces el ecuador celeste, cuyo plano es perpendicular a ese eje, también cambiará en la misma dirección. Eso hará que también cambien los puntos en los que la eclíptica y el ecuador se intersectan. Si este último movimiento del polo norte es en la dirección de la revolución anual de la Tierra, —como es el caso en la Figura 6— entonces ambos movimientos se adicionarán, y el ritmo precesional resultante será más rápido. Si se da en la dirección opuesta —como sería si el polo norte se moviera de Norte δ a Norte γ — entonces sería substractivo, y el ritmo resultante sería más lento.

Entonces, según Copérnico, para dar cuenta de la variación del ritmo precesional hay que hacer que el polo norte del eje de rotación se mueva sobre un arco de un círculo máximo de la esfera celeste de una manera proporcional a la variación respecto de la precesión media, producida por el movimiento de compensación. El desafío a este respecto era diseñar un modelo que explique cómo ese movimiento era posible.

El capítulo cuarto del libro III del *De Revolutionibus* está centrado en la demostración de “Cómo un movimiento oscilatorio o un movimiento libratorio se construye a partir de uno circular” (1978, pp. 125-126), esto es, cómo un movimiento lineal alternante puede ser el resultado de una combinación de movimientos circulares y uniformes.

La demostración puede ser atribuida a Nasir al-Din al-Tusi (1201-1274)⁶, quien inicialmente usó el teorema para corregir algunas inconsistencias en la teoría ptolemaica de latitudes planetarias. Copérnico pudo haberlo conocido durante sus estudios en Padua (Sverdlow & Neugebauer, 1984, pp. 47-48), y ya lo había utilizado en la teoría de latitudes de su *Commentariolus* (Copérnico, 2004, pp. 80-81)⁷ (Figura 7).

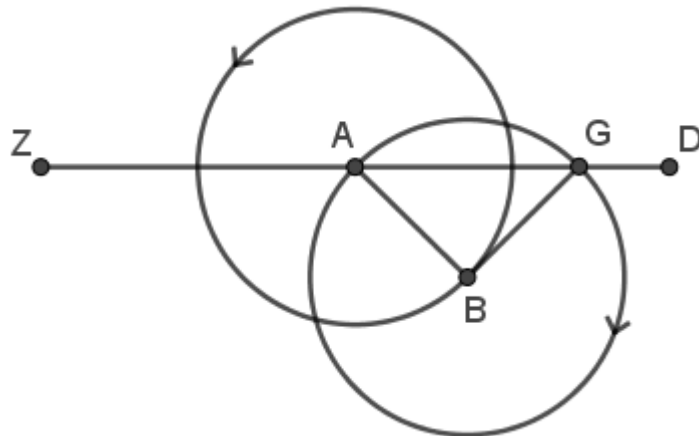


Figura 7. Diseño geométrico que explica el “movimiento en libración” que Copérnico pide para su solución a la trepidación. Primero se determina el círculo con centro A y un punto B sobre su circunferencia, el cual es a su vez centro de un segundo círculo con igual radio que el primero. Luego se determina el punto G sobre la circunferencia del segundo círculo. Si B se mueve sobre el primer círculo con movimiento uniforme, y el punto G se mueve sobre su círculo con la misma velocidad uniforme que B, pero en la dirección opuesta, entonces G determinará un segmento DZ, el cual tendrá una longitud igual a dos diámetros de los círculos. Cada “libración” entre D y Z tendrá un período igual al período de revolución de B y G en sus respectivos círculos. Además, el movimiento de G será alternante, y tendrá una aceleración y desaceleración de naturaleza sinusoidal. Cfr. el capítulo correspondiente –ya referido– para una demostración completa.

⁶ Cfr. Saliba 1994, pp. 153-155, para una explicación del primer uso astronómico conocido de este teorema.

⁷ “Este movimiento en libración se da a lo largo de una línea, pero un movimiento de esta clase puede derivarse a partir de dos círculos.” (Copérnico, 2004, p. 80).

En el diagrama de la Figura 7 el punto G realiza un movimiento lineal que alterna su dirección entre D y E. Copérnico consideró que esta era la herramienta necesaria para resolver el problema de hacer que el eje de rotación se mueva sobre un arco de la esfera celeste. Así, determinó (ver

Figura 8) que el movimiento lineal que explicaba la anomalía en el ritmo de precesión se compone de dos movimientos circulares y uniformes donde el radio de los círculos tendría un valor igual a la mitad del arco DE, el cual, visto desde la Tierra, tendría un tamaño angular igual al necesario para explicar la variación en la velocidad de precesión.

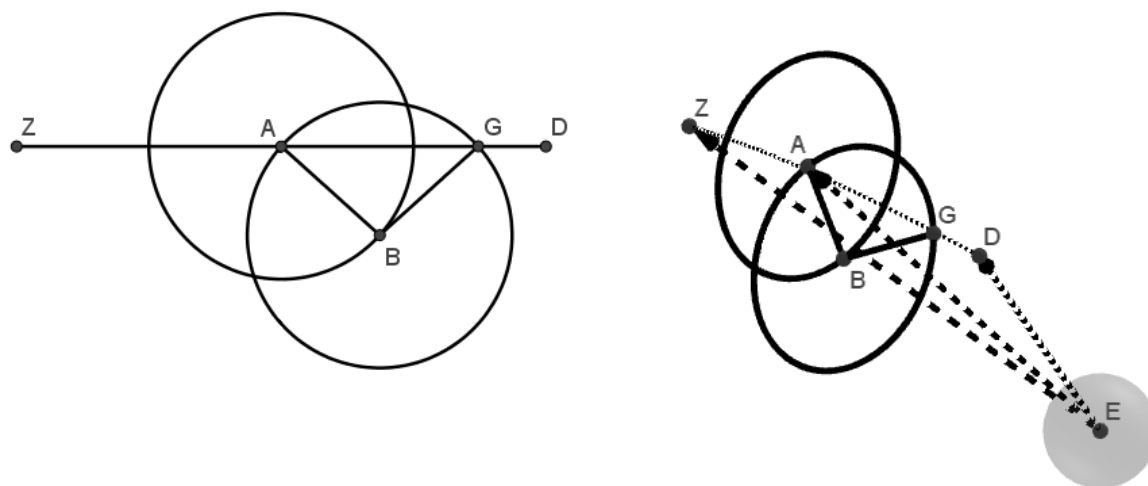


Figura 8. Aplicación del dispositivo de al-Tusi al problema de la anomalía precesional. A la izquierda vemos el dispositivo tal y como fue expuesto antes. A la derecha el mismo dispositivo es aplicado a la esfera celeste. Si consideramos que el polo norte se ubica en G, entonces desde la Tierra E se verá un movimiento del mismo sobre el arco ZD. Ese movimiento oscilante se adiciona y se subtrae alternativamente a la precesión media, produciendo la anomalía.

Es necesario aclarar que el dispositivo de al-Tusi, tal y como lo hemos explicado –y el propio Copérnico lo explica– funciona en trigonometría plana: de hecho, como vimos, el polo norte no se mueve sobre una línea, sino sobre un arco. Copérnico, por supuesto, estaba al tanto de esto, pero explica (1978, p. 127) que dado que el arco involucrado es tan pequeño $-30'$, no hay problemas graves en asumir que la línea de al-Tusi es el arco que él necesita.

Por otro lado, el modelo copernicano no se limita a estudiar el problema de la trepidación o anomalía precesional, sino que también resuelve la lenta variación de la oblicuidad de la eclíptica. Para ello, superpone sobre el dispositivo de al-Tusi propuesto arriba otro nuevo, con distintos parámetros. La explicación detallada de ese aspecto del modelo, y su relación con la anomalía precesional, sin embargo, exceden el alcance de este trabajo.

De esta manera hemos llegado al modelo final copernicano para la anomalía precesional, o trepidación.

6. Conclusión

En este trabajo hemos estudiado el desarrollo de la teoría precesional de Copérnico, la cual, de una manera original, incorpora los fenómenos sidéreos descubiertos y modelados por Hiparco y Ptolomeo. En ese camino, invierte la manera clásica de entenderlos, asumiendo que se trata del efecto de una combinación de dos movimientos contrarios que afectan al eje de rotación terrestre a lo largo del año. Además, enfrenta el problema de la anomalía en el movimiento de precesión – el fenómeno conocido como trepidación– y propone una solución en la misma línea heliocéntrica, solución que depende en términos geométricos de algunos resultados de la geometría y astronomía árabes. De esta manera, la teoría de la precesión de Copérnico, esto es, su modelo del tercer movimiento de la Tierra, se presenta como una sección del *De Revolutionibus* donde mejor podemos comprender el alcance de las influencias que jugaron un papel en el nacimiento de la nueva imagen cosmológica que comenzó con la obra copernicana.

Bibliografía

- Copérnico, N. *Three Copernican Treatises: The Commentariolus of Copernicus; The Letter against Werner; The Narratio Prima of Rheticus*. Trad. E. Rosen. 2ª ed. New York: Dover Publications, 2004.
- Copérnico, N. *On the Revolutions*. Dobrzycki, J. (ed.). Trad. Ed. Rosen. London: Macmillan Press Ltd, 1978.
- Dobrzycki, J. (Ed.) *The Reception of Copernicus' Heliocentric Theory*. Amsterdam: Springer Netherlands, 1972.
- Dobrzycki, J. The Theory of Precession in Medieval Astronomy. En: Dobrzycki, J. (ed.). *Selected Papers on Medieval and Renaissance Astronomy*. Warsaw: Institute for the History of Science, Polish Academy of Sciences, Copernicus Center for Interdisciplinary Studies, 2010. Pp. 15-60.
- Freud, S. *A General Introduction to Psychoanalysis*. New York: Horace Liverlight, 1920.
- Hanson, N. The Mathematical Power of Epicyclical Astronomy. *Isis* **51** (2): 150-158, 1960.
- Kuhn, T. *The Copernican Revolution; Planetary Astronomy in the Development of Western Thought*. Cambridge: Harvard University Press, 1957.
- Ptolomeo, C. *Almagest*. En: *Ptolemy's Almagest*. Trad. G. Toomer. Princeton: Princeton University Press, 1984. Pp. 27-659.
- Saliba, G. *A History of Arabic Astronomy: Planetary Theories During the Golden Age of Islam*. New York: New York University Press, 1994.
- Swerdlow, N. The Derivation and First Draft of Copernicus's Planetary Theory: A Translation of the Commentariolus with Commentary. *Proceedings of the American Philosophical Society* **117** (6): 423-512, 1973.
- Swerdlow, N., & Neugebauer, O. *Mathematical Astronomy in Copernicus' De Revolutionibus*. New York: Springer-Verlag, 1984.