

Retículos conceptuales de teorías físicas: El Exploratorium

Mariana Espinosa Aldama[†]

Resumen

El *Exploratorium de teorías del espacio-tiempo*¹ es un proyecto de representación gráfica e interactiva que busca mapear la estructura interna de las teorías físicas. Para ello utilizamos la teoría matemática conocida como Análisis de Conceptos Formales (FCA) para generar redes conceptuales de diversas teorías físicas y protofísicas que faciliten el estudio de la estructura de las teorías científicas reconstruidas desde una perspectiva metateórica estructuralista. Varias redes generadas de esta manera se encuentran disponibles en línea, permitiendo interactuar con la información contenida y explorar las relaciones entre conceptos fundamentales.

Introducción

Las imágenes, los gráficos, los diagramas y las visualizaciones de datos pueden ser un gran recurso cognitivo que debiera ser bien aprovechado por la filosofía científica, no solo para ilustrar sus investigaciones, sino para analizar e interpretar sus propuestas en torno a la estructura y composición de las teorías científicas y ampliar nuestro entendimiento al respecto. Múltiples estudios abogan por valorar estas propiedades (véase Gombrich, 1972; Beymer et al., 2007; Casanueva & Bolaños, 2009; Galison & Jones, 2014; Rigutto, 2017; Stjernfelt, 2007, entre muchos otros).

Históricamente, podemos rastrear al año 270 de nuestra era la primera representación gráfica de un ordenamiento o clasificación de un dominio al árbol anidado de Porfirio, que ilustra la introducción al Organon de Aristóteles, aclarando las nociones dicotómicas de género y especie. Los árboles han sido un recurso clásico para ilustrar

.....
[†] Seminario REMO, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Cuajimalpa. Para contactar al autor, por favor, escribir a eamariana@yahoo.com.

¹ <http://remo.cua.uam.mx/vis/Exploratorium>.

clasificaciones y linajes (véase Lima & Shneiderman, 2014). En la filosofía de la ciencia podemos hacer mención del diagrama propuesto por Herbert Feigl en “The Orthodox View of Theories: Remarks in Defense as Well as Criticism” (1979) donde el autor hace una representación lógico-empirista de una teoría científica, en donde conceptos primitivos y definidos relacionados mediante postulados conforman una red que se relaciona con conceptos empíricos provenientes de la experiencia mediante reglas de correspondencia.² En materia de gravitación encontramos el *Mass Discrepancy Tree*, de Benoit Famaey y Stacy S. McGaugh (2012), dividido en dos partes: la superior representa con sus ramas las soluciones hipotéticas al problema de la materia oscura, o de la masa faltante, mientras que la inferior representa las raíces empíricas, es decir, las observaciones. Una primera aproximación al problema que ocupa el presente trabajo es el Manzano de la gravitación (Espinosa, 2015), un árbol que clasifica cuarenta y tres propuestas de teorías gravitatorias, desarrolladas entre 1905 y 2015, agrupadas en doce ramas principales.

Al igual que el lenguaje escrito, los mapas, los diagramas y en general las imágenes pueden también ser engañosas. Es decir, puede haber múltiples mapas y diagramas que intenten representar cierta cuestión, y volverse atractivos haciendo uso del diseño; pero que no gocen de una racionalidad epistémica que les justifique, o que favorezca un mejor análisis y crítica.

Ya en 1963, el físico e historiador de la ciencia Derek John de Solla Price había sugerido que la ciencia se estudiara utilizando métodos científicos (de Solla Price, 1965). Su aproximación llevó al nacimiento de la *cienciometría*. Este campo de estudio se refiere al procesamiento y análisis computacional de datos bibliográficos y académicos. Los análisis están basados en algoritmos o teorías matemáticas y técnicas estadísticas.

Una de estas teorías es el llamado Análisis de Conceptos Formales (FCA, por sus siglas en inglés) que surgió al integrar la teoría de retículos de Birkhoff con la conexión de Galois (véase sección 2), y que ha sido desarrollada por Rudolph Wille (1982, 1996) y Bernard Ganter (1999) desde los años ochenta en la Universidad Técnica de Darmstadt, Alemania (véase Ganter et al., 2005 y Priss, 2007). Hoy en día, el FCA es utilizado en la clasificación de dominios, la minería de datos, el aprendizaje de máquina, ontología del conocimiento y la inteligencia artificial entre otros usos. Es en Europa del Este, sobre todo en Alemania, donde se celebra la mayor cantidad de congresos y talleres sobre estos temas de algoritmos aplicados a la ontología del conocimiento. En particular, el FCA ha sido utilizado para clasificar objetos o dominios en base a ciertos atributos, ya sean clientes y sus gustos, temperaturas ideales de una cava de vinos, compras conjuntas en un supermercado, horarios escolares o, como en nuestro caso, modelos de teorías según grupos de axiomas.

.....
² Mormann (2007) rastrea esta metáfora pictórica de un sistema de conceptos que flotan libremente y que se determinan mutuamente anclándose en una realidad, a los trabajos de Schlick (1918) y a varios autores del empirismo lógico como Carnap (1939, 1966), Hempel (1952) y Feigl (1970).

Limitaremos nuestro dominio de estudio a las teorías físicas axiomatizadas, siguiendo reconstrucciones y axiomatizaciones semánticas, conjuntistas, modelo-teóricas y/o estructuralistas. Los resultados se han obtenido al clasificar, analizar, visualizar e interpretar las axiomatizaciones, reconstrucciones y tablas que podemos encontrar en textos como: *Foundations of Physics* de Mario Bunge (1967), *Foundations of Space-time Theories*, de Michael Friedman (1983), *f(R) Theories of Gravity* de Sotiriou y Faraoni (2012), *Una Arquitectónica para la Ciencia* de Balzer, Moulines y Sneed (2012), entre otras. Las reconstrucciones han sido ordenadas en bases de datos, llamadas contextos, susceptibles de ser leídos y analizados mediante procedimientos formalizados e interactivos. Este estudio multidisciplinario conlleva la homologación de simbología, notación y formulaciones, además de identificar los estilos sustractivos y aditivos de reconstrucción (véase la sección 4), con el fin de generar un contexto muy fundamental, y a su vez suficientemente extenso que permita incluir otros modelos y compararlos, buscando una representación sintetizadora y significativa.

Análisis de conceptos formales

Un retículo es una red con ciertas particularidades, una de ellas es que para cualquier par de nodos se tiene siempre uno y solo un nodo supremo y uno ínfimo. Las redes tienen una direccionalidad vertical en su lectura, y una jerarquía. En los retículos conceptuales, los nodos representan conceptos formalizados como pares ordenados $\langle A_i, B_i \rangle$ conformados por un subconjunto de atributos $A_i \in M$, llamado la intensión del concepto, y un subconjunto de objetos $B_i \in G$, que poseen dichos atributos, llamado la extensión del concepto. Los conceptos se dan en contextos, que son tablas de incidencia (G, M, ι) donde se relacionan los elementos de un conjunto de objetos a estudiar G con el conjunto M conformado por todos los atributos que los objetos poseen. Dado un contexto podemos encontrar sus conceptos al revisar todos los posibles conjuntos de objetos, quedándonos con aquellos que cumplen con la conexión de Galois.³ Esta es una conexión con cerradura que conecta los conjuntos de objetos con sus atributos, para luego conectar dichos atributos con sus correspondientes objetos. Cuando el conjunto inicial coincide con el conjunto final de la travesía, se dice que el conjunto es cerrado y que tenemos por tanto un concepto. Una tercera aplicación de la conexión nos proporcionará siempre un concepto. Una vez obtenidos todos los conceptos del contexto se les relaciona jerárquicamente mediante la siguiente doble implicación:

$$(B_i \supseteq B_j) \iff (\langle A_i, B_i \rangle \geq \langle A_j, B_j \rangle) \iff (A_i \subseteq A_j)$$

.....
³ Una conexión de Galois es una correspondencia específica entre dos conjuntos parcialmente ordenados A y B consistente en dos funciones monótonas: $F: A \rightarrow B$, $H: B \rightarrow A$ donde $F(a) \leq b \iff a \leq H(b)$ para todo en a y b en B .

Este ordenamiento nos permite designar sub-conceptos y supra-conceptos, así como dibujar un diagrama reticular. Estos y otros algoritmos son ejecutados por programas de cómputo que proporcionan información relevante sobre las características de la red. Igualmente se han desarrollado aplicaciones gratuitas como *conexp 1.3* y *Toscana* que analizan conceptos formales, generan retículos y calculan propiedades como proporcionar listas de asociaciones e implicaciones, señalar subconceptos y supra conceptos, dar tamaño y color a nodos y ligas, calcular índices de separación, probabilidad conceptual, etc.

Los retículos han sido conformados mediante la metodología del Formal Concept Analysis (FCA) y visualizados en webs mediante archivos *html*, *java-script* (d3), *css*, *json* y *csv*, utilizando al software libre *conexp 1.3* como biblioteca de algoritmos, extraídos mediante un programa escrito con *Wolfram Mathematica* que permite importar bases de datos y generar archivos tipo *json*. La sistematización de este proceso ha permitido manipular las redes y estudiarlas, detectar confusiones y diferenciar interpretaciones; hacer cambios fácilmente en la base de datos, importar archivos de diversos formatos y generar redes interactivas que pueden ser fácilmente compartidas, interpretadas y manipuladas.

Estructuras conceptuales y criterios de clasificación

Para conformar los contextos susceptibles a ser analizados mediante el FCA debemos contar con criterios de clasificación. ¿Qué objetos y qué atributos elegiremos para contar con una descripción apropiada a nuestros propósitos? El estudio de las teorías se puede hacer desde tres ejes: el sintáctico, el semántico y el pragmático, ejes que se retroalimentan. A grandes rasgos podemos decir que el eje sintáctico nos hablará del formalismo hipotético-deductivo de las teorías, el semántico está ocupado de la interpretación de los términos y proposiciones, mientras que el pragmático de la relación entre la teoría y la experimentación. Aquí nos ocuparemos del eje semántico, que no está del todo desconectado de los otros dos. Aunque la sintaxis se le asocia con la estructura de las teorías, también hay una estructura (conjunto de relaciones) entre los significados de los términos y su presencia en las teorías científicas. Las “estructuras conceptuales” conformadas por una serie de dominios y relaciones $\langle D_i, R_j \rangle$ pueden ser representadas de diversas maneras y con herramientas más fuertes que la lógica de primer orden, como la teoría de modelos, la teoría de conjuntos, la topología, el análisis no-estándar, la teoría de categorías, los métodos de las ciencias cognitivas, la teoría de los sistemas dinámicos, la teoría de los espacios fase o los programas computacionales de simulación. Dentro de las corrientes semánticas, por ejemplo, Beth (1961) y Van Fraassen (1986) caracterizan los modelos mediante espacios de estado, que son representados como puntos en espacios de configuración n -dimensionales, mientras que Fredrick Suppe (1989), entiende la estructura como un sistema relacional consistente en el conjunto de los estados posibles como dominio en el que se imponen varias relaciones secuenciales. En el estructuralismo metateórico, las estructuras conceptuales se presentan mediante predicados conjuntistas: x es un modelo del

predicado conjuntista tal si cumple con las condiciones estipuladas. Las posturas semánticas realistas se distinguen de las empiristas al exponer los axiomas de interpretación no como reglas de correspondencia, sino como hipótesis de interpretación objetiva (Mahner & Bunge, 1997; Guerrero Pino, 2022). Una red conceptual es un tipo de red semántica pues ilustra las relaciones jerárquicas entre los significados de los conceptos, éstos formalizados como pares ordenados de $\langle \text{sentido}, \text{referencia} \rangle$, ó $\langle \text{intensión}, \text{extensión} \rangle$, según lo formalizado y cerrado que se encuentre el contexto. Las reconstrucciones semánticas conjuntistas son una buena opción para conformar contextos formales y analizarlos mediante FCA.

Homologación, adición y sustracción

Para construir un gran retículo que conjunte diversas teorías físicas o matemáticas es conveniente que éstas estén planteadas, en la medida de lo posible, en los mismos términos. Es decir, bajo el mismo formalismo y notación, pero también bajo el mismo esquema de construcción, ya sea de adición o sustracción (véase Norton, 1999 y Arboleda, 2002). Los objetos matemáticos con los que representamos aspectos de la realidad pueden plantearse de diversas maneras: mediante el cálculo tensorial y la geometría diferencial, con notaciones dependientes de coordenadas o no. Estos aspectos deben considerarse al construir un contexto.

Bernhard Riemann propuso una noción matemática de espacio de cierta dimensión, muy empobrecida, llamada variedad, a la que se dota de propiedades topológicas y geométricas asegurándose de que las estructuras resultantes tuvieran significado geométrico. La reconstrucción de Bunge, por ejemplo, es aditiva. Esto quiere decir que en sus axiomatizaciones primero se plantean las propiedades más elementales para luego ir añadiendo otras. Ésta también es una consigna histórica, pues en caso de duda, se da prioridad al aspecto temporal. Bajo este marco, teorías como la cinemática relativista y el micro-electromagnetismo quedan ubicadas como supraconceptos (modelos previos) de la relatividad general (véase Fig. 1).

Esta aproximación contrasta con la sustractiva, propuesta por Felix Klein, consistente en proponer objetos muy generales a los cuales se les van restringiendo propiedades. Varios retículos en el *Exploratorium* fueron construidos mediante la técnica sustractiva, siguiendo a Michael Friedman (1983), al encontrar que muchos autores contemporáneos involucrados en el estudio de distintas teorías alternativas así las plantean (Lawrie, 2012; Sotiriou & Faraoni, 2010). Algunas de ellas, como las teorías métrico-afín consideran propiedades no convencionales para los objetos matemáticos ahí postulados, por lo que fue necesario incluir en la lista de atributos de muchas teorías dominios matemáticos muy generales para luego restringir sus propiedades.

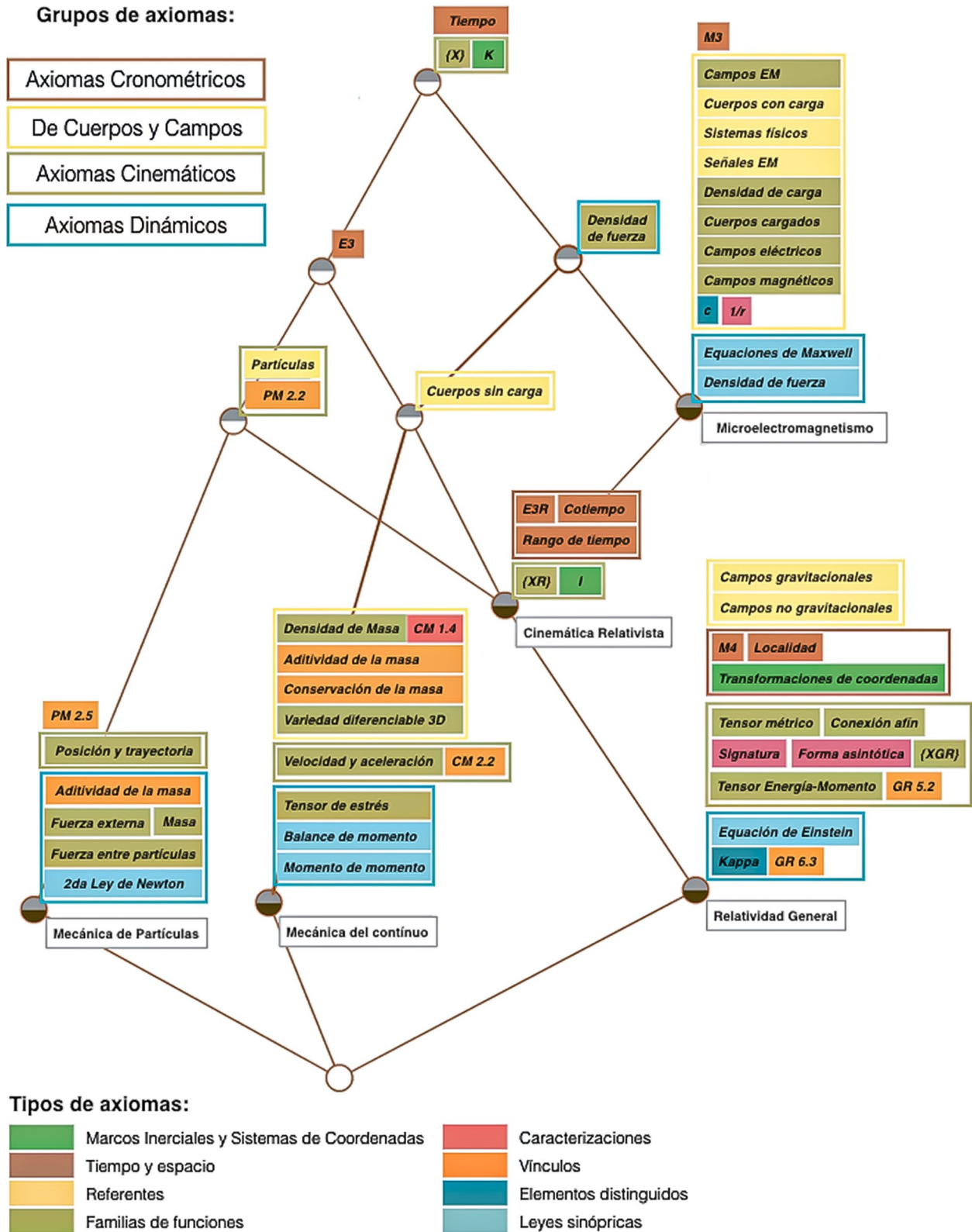


Fig. 1. Retículo conceptual de cinco teorías axiomatizadas en Bunge (1967).

El holón de teorías es un gran retículo que clasifica 44 modelos de teorías de gravitación. Se trata de una especie de repositorio en donde a lo largo de la investigación se fueron incluyendo todos aquellos modelos que cumplían con ciertas características: el espacio-tiempo es una variedad diferenciable de 4 dimensiones cuya topología y geometría se describe mediante objetos geométricos como tensores; el formalismo libre de coordenadas, propio de la geometría diferencial, y una notación específica que no interfiera con los procesos computacionales (muchos símbolos no son aceptados por el software de FCA), así como una signatura $\langle 1, 3 \rangle$, que nos indica que el tensor métrico tienen un componente positivo y tres negativos, y que es la signatura seguida por Einstein (1950), Bunge (1967), Friedman (1983) y Mendoza (2012), entre otros. Otro estudio presentado en Espinosa (2022, p. 152) clasifica la signatura y notación utilizada en las ecuaciones de la relatividad general por 32 autores en 12 grupos (véase tabla de convención de signos en *Gravitation* de Misner et al., 1973).

El Exploratorium de teorías del espacio-tiempo

En la página web *Exploratorium de teorías del espacio-tiempo*,⁴ se presentan a la fecha diez visualizaciones, nueve de ellas realizadas mediante FCA, la décima es una liga al manzano de la gravitación que se explora con el programa en línea Prezi.

Luego de una introducción a las herramientas requeridas por el “investigador de los fundamentos” (*foundations researcher*), Bunge procede a reconstruir una veintena de teorías en su *Foundations of Physics* (1967), iniciando con la Protofísica: un conjunto de reglas o suposiciones extremadamente generales y teorías fragmentadas con poco poder deductivo y que en la época habían sido poco desarrolladas, entre ellas la cronología, la estocástica general, la dinámica analítica, la mereología, la teoría general de campos y las teorías del espacio-tiempo.⁵ Tres retículos en el *Exploratorium* ilustran las reconstrucciones de Bunge, el primero clasifica las teorías protofísicas, el segundo está basado en una tabla que resume las características de las teorías de dinámica analítica (la teoría hamiltoniana, la lagrangiana, la jacobiana y la teoría General), en contraste con la mecánica newtoniana, y el tercero compara la mecánica de partículas, la mecánica del continuo, el micro-electromagnetismo, la cinemática relativista y la relatividad general (Fig. 1). Un trabajo posterior podrá ampliar el contexto al incluir las otras 13 teorías que comprende el *Foundations*, entre ellas las variantes del electromagnetismo clásico, la óptica relativista, la mecánica de partículas relativista, la mecánica relativista y la mecánica cuántica, teorías que fueron dejadas de lado por razones de tiempo y espacio. Las axiomatizaciones de Bunge toman como unidad de análisis los axiomas y no los modelos que de ellos se forman, pero sí les separa en grupos: el fondo o base (*background*), consistente de

.....

⁴ <http://remo.cua.uam.mx/vis/Exploratorium>.

⁵ Véase también Moulines (1982).

principios protofísicos y otras teorías, los primitivos, los axiomas de interpretación o referencia, los axiomas cronométricos, los de cuerpos y campos, los axiomas cinemáticos, los axiomas dinámicos, una serie de definiciones, algunos teoremas representativos y algunos comentarios que son importantes de tomar en cuenta. En la Figura 1 se señalan tanto las clases de axiomas, de acuerdo con la tipificación de Moulines (1985).

Los cinco retículos restantes en el *Exploratorium* fueron generados de forma sustractiva, y agrupan por partes una serie de teorías del espacio-tiempo y la gravitación que luego serán conjuntadas en el holón. El pico de dicho holón, conocido como pico del iceberg se concentra en estudiar los atributos más fundamentales y comunes a todas estas teorías, y que conforman modelos de distintos espacio-tiempos: leibniziano, newtoniano, galileano, riemanniano, pseudo-riemanniano, lorentziano, de Minkowski y el métrico afín. Son modelos previos de teorías físicas. Al contexto que genera el pico del iceberg se le van agregando modelos de teorías físicas en un ejercicio de exploración de objetos y atributos. Otros retículos ilustran las relaciones conceptuales entre grupos de teorías de gravitación: teorías clásicas (basados en Friedman, 1983; Dewar, 2016, 2018; y Sotiriou & Faraoni, 2010), teorías métricas (Will, 1993), teorías $f(R)$ y teorías métrico-afín (Sotiriou, 2010), teorías de gravedad modificada (MOND) (Mendoza, 2012; Barrientos & Mendoza, 2016; Barrientos & Mendoza, 2018; Barrientos et al., 2018).

La interactividad consiste en iluminar nodos y ligas que cumplan cierta relación, en desplegar información adicional y detallada sobre las etiquetas, y el poder arrastrar los nodos y cambiarlos de lugar. Además de producir una sensación de orden y entendimiento al seleccionar distintos grupos dentro de una aparente maraña de nodos y relaciones, los contextos generados y validados son susceptibles de ser analizados mediante metodologías de inteligencia artificial como las del FCA.

Analizando redes teóricas con FCA

Los retículos conceptuales pueden compararse con las redes teóricas propuestas por la concepción estructuralista de Balzer, Moulines y Sneed (2012), que relaciona elementos teóricos mediante relaciones de especialización y teorización. En Espinosa (2022, 2.10, y 2023) comparo la red teórica de la mecánica clásica de partículas (MCP) con un retículo generado a partir de la reconstrucción que se presenta en *Una arquitectónica para la ciencia*. El contexto incluye los modelos previos, auxiliares y potenciales. En los retículos se despliegan todos los atributos en etiquetas codificadas con colores según las siguientes clases: Dominios, tipificaciones de dichos dominios, elementos distinguidos, ecuaciones de fuerza, ecuaciones de movimiento y leyes de conservación. La distribución reticular es muy similar a la distribución de la red teórica, a excepción de tres nodos extra: uno correspondiente al atributo “Fuerza externa”, otro a la “carga eléctrica”, y el nodo ínfimo que corresponde al concepto que tendría todos los atributos, pero que no está representado por ningún modelo.

La relación de inclusión y orden parcial que rige la construcción de los retículos permite representar también relaciones de reducción, especialización y teorización al identificar los atributos reductores (representaciones más generales), especializantes (restricciones o condiciones particulares, leyes adicionales, etc.) o teorizantes (nuevos dominios, elementos distinguidos). Estas relaciones se observan tras una cuidadosa inspección, pues su identificación aún no se encuentra automatizada, y puede no ser evidente en contextos extensos. En muchos casos será necesario aislar los modelos estudiados del resto del contexto para clarificar las relaciones.

En general, se suele representar la teoría más general en la parte superior del retículo y las teorías más específicas o especializadas hacia la parte inferior. La ubicación de los elementos de especialización y teorización en un retículo ordenado jerárquicamente puede variar según se utilice una técnica aditiva o sustractiva de reconstrucción.

Tomando estas consideraciones podemos confiar en que los retículos obtenidos mediante FCA reproducen a grandes rasgos las redes teóricas estructuralistas y que por tanto estas son susceptibles de mayor análisis usando la teoría completa del FCA, así como otras herramientas de análisis de redes y visualización de datos. Por ejemplo, en redes muy extensas podemos seleccionar ciertos conceptos con el fin de clarificar diagramas y resaltar elementos de interés como podría ser el pico del iceberg, los conceptos centrales, los de alto o bajo índice de separación o de alta probabilidad. Estos análisis pueden dar pistas interesantes respecto al papel que juegan ciertos conceptos en la red. Por ejemplo, un nodo con índice de separación igual a 1 señalaría un concepto independiente del resto del contexto, lo que podría identificarse con la noción de inconmensurabilidad. Dado que la inconmensurabilidad se basa en la falta de un lenguaje común o marco conceptual compartido, la presencia de un concepto con un índice de separación igual a 1 puede contribuir a esta falta de comparabilidad y traducibilidad. El concepto aislado representa una perspectiva o característica única que no se puede equiparar directamente con los demás conceptos en el contexto. En tal caso, podría estar a la orden una exploración mayor en busca de atributos en común que resuelvan dicha inconmensurabilidad.

Sin embargo, es importante tener en cuenta que la inconmensurabilidad es un término más amplio y complejo que abarca no solo la falta de atributos compartidos, sino también diferencias ontológicas, epistemológicas y teóricas más profundas. El índice de separación igual a 1 puede ser una indicación de esta falta de comparabilidad, pero no captura todos los aspectos y dimensiones de la inconmensurabilidad en su totalidad.

Conclusiones: Hacia un mapa de la ciencia

La teoría del análisis de conceptos formales es una teoría bien fundamentada que, junto con las herramientas computacionales de análisis y visualización de datos deben ser aprovechadas como en el análisis filosófico y de representación significativa, especialmente

por la familia estructuralista que ha ya coleccionado una gran cantidad de reconstrucciones formales de todo tipo de teorías científicas.

Con el holón de teorías físicas presentado en el *Exploratorium* se ha conformado un andamiaje con una lógica entendible a la que es relativamente sencillo agregar nuevos objetos mediante la exploración de atributos. Podrían añadirse teorías basadas en otros dominios como los spinores, en variedades de mayores dimensiones, teorías con torsión, etcétera. La clasificación de atributos, codificada en colores permite ver fácilmente cómo estos se reparten dentro de la jerarquía, y cómo ésta depende del contexto. Por ejemplo, la posición de las constantes fundamentales, la ubicación jerárquica de los presupuestos protofísicos, formales, topológicos, geométricos y físicos. Otras codificaciones permiten reconocer ciertas relaciones de especialización y teorización entre algunos modelos.

Los contextos validados pueden servir como base de datos de entrenamiento que permita aplicar metodologías de aprendizaje de máquina e inteligencia artificial para construir un clasificador de teorías científicas. Con ello podría generarse un gran mapa conceptual, por ejemplo, del cúmulo de reconstrucciones estructuralistas, que permita ver patrones, tendencias, huecos en el estudio y otras interpretaciones.

Bibliografía

- Arboleda, L. C. (2002). El problema didáctico y filosófico de la desaxiomatización de las matemáticas. *Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia*, 3(7), 59-84.
- Balzer, W., Moulines, C., & Sneed, J. D. (2012). *Una arquitectónica para la ciencia: el programa estructuralista*. Universidad Nacional de Quilmes.
- Barrientos, E., & Mendoza, S. (2016). A relativistic description of MOND using the Palatini formalism in an extended metric theory of gravity. *The European Physical Journal Plus*, 131(10). <https://doi.org/10.1140/epjp/i2016-16367-0>
- Barrientos, E., & Mendoza, S. (2018). MOND as the weak field limit of an extended metric theory of gravity with a matter-curvature coupling. *Physical Review D*, 98(8), 084033. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.084033>
- Barrientos, E., Lobo, F., Mendoza, S., Olmo, G., & Rubiera-Garcia, D. (2018). Metric-affine $f(R, T)$ theories of gravity and their applications. *Physical Review D*, 97(10), 104041. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.104041>
- Beth, E. W. (1961). Semantics of Physical Theories. In *The Concept and the Role of the Model in Mathematics and Natural and Social Sciences*. Vol. 3, pp 48-51). Synthese Library/Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-010-3667-2_3
- Beymer, D., Orton, P. Z., & Russell, D. (2007). An Eye Tracking Study of How Pictures Influence Online Reading. En C. Baranauskas, P. Palanque, J. Abascal & S. Barbosa (Eds), *Human-Computer Interaction – INTERACT 2007* (pp. 456-460). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-540-74800-7_41
- Bunge, M. (1967). *Foundations of physics*. Springer tracts in natural philosophy. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-49287-7>

- Carnap, R. (1939). *Foundations of Logic and Mathematics*. International encyclopedia of unified science. University of Chicago Press.
- Carnap, R. (1966). *An introduction to the philosophy of science* [1974] (M. Gardner, Ed.). Dover Publications.
- Casanueva, M., & Bolanos, B. (2009). *El giro pictórico. Epistemología de la imagen*. Anthropos.
- de Solla Price, D. (1965). Networks of Scientific Papers. *Science*, 149(3683), 510-515. <https://doi.org/10.1126/science.149.3683.510>
- Dewar, N. (2016). Maxwell-Cartan gravitation. *PhilSci*, 1-25. http://philsci-archive.pitt.edu/12045/1/max_grav_2-copy_%28single%29.pdf
- Dewar, N. (2018). Maxwell gravitation. *Philosophy of Science*, 85(2), 249-270. <https://doi.org/10.1086/696387>
- Einstein A. (1950). *The Meaning of Relativity* (3a ed.). Princeton University Press.
- Espinosa, M. (2015). The gravity apple tree. *Journal of Physics: Conference Series*, 600(1), 012050. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/600/1/012050>
- Espinosa, M. (2022). *Visualizaciones de redes conceptuales de teorías del espacio-tiempo y la gravitación, mediante el análisis de conceptos formales* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma Metropolitana]. ResearchGate. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.15643.54567>
- Espinosa, M., & Casanueva, M. (2023). Retículos teóricos y el análisis de conceptos formales, herramientas para el estructuralismo metateórico. *THEORIA. An International Journal for Theory, History and Foundations of Science*, 38(1), 45-66. <https://doi.org/10.1387/theoria.24078>
- Famaey, S., & McGaugh, S. (2012). Modified Newtonian Dynamics (MOND): Observational Phenomenology and Relativistic Extensions. *Living Reviews in Relativity*, 15(10). <https://doi.org/10.12942/lrr-2012-10>
- Feigl, H. (1970). The “orthodox” view of theories: Remarks in defense as well as critique. En *Analyses of theories and methods of physics and psychology* (Vol. 4). University of Minnesota Press.
- Friedman, M. (1983). *Foundations of Space-Time Theories: Relativistic Physics and Philosophy of Science*. Princeton University Press.
- Galison, P., & Jones, C. A. (2014). *Picturing Science, Producing Art*. Taylor & Francis.
- Ganter, B., Stumme, G., & Wille, R. (2005). *Formal Concept Analysis: Foundations and Applications*. Lecture Notes in Artificial Intelligence. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-31881-1>
- Ganter, B., & Wille, R. (1999). *Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations*. Springer-Verlag. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-59830-2>
- Gombrich, E. H. (1972). *The Visual Image*. Scientific American. <https://doi.org/10.1038/scientificamerican0972-82>
- Guerrero Pino, G. (2022). Bunge: Las concepciones heredada y realista de las teorías. En G. Guerrero Pino & J. I. Racines (Comps.), *Ciencia, realismo y materialismo, ensayos en memoria de Mario Bunge* (p. 272). Universidad del Valle, Programa Editorial.
- Hempel, C. G. (1952). *Fundamentals of concept formation in empirical science*. University of Chicago Press.
- Lawrie, I. D. (2012). *A Unified Grand Tour of Theoretical Physics* (3a ed.). Taylor & Francis. <https://doi.org/10.1201/b12906>
- Lima, M., & Shneiderman, B. (2014). *The Book of Trees: Visualizing Branches of Knowledge*. Princeton Architectural Press.

- Mahner, M., & Bunge, M. A. (1997). *Foundations of Biophilosophy*. Springer-Verlag. (V.e. Fundamentos de biofilosofía. Siglo XXI, 2000).
- Mendoza, S. (2012). Extending cosmology: the metric approach. *ArXiv e-prints*.
- Mendoza, S., Bernal, T., Hidalgo, J. C., & Capozziello, S. (2012). MOND as the weak-field limit of an extended metric theory of gravity. En J. Beltrán Jiménez, J. A. Ruiz Cembranos, A. Dobado, A. López Maroto & A. De la Cruz Dombriz (Eds.), *Towards New Paradigms, American Institute of Physics Conference Series (1458)*. <https://doi.org/10.1063/1.4734465>
- Misner, C., Thorne, K., & Wheeler, J. (1973). *Gravitation*. Princeton University Press.
- Mormann, T. (2007). The Structure of Scientific Theories in Logical Empiricism. In A. Richardson & T. Uebel (Eds.), *The Cambridge Companion to Logical Empiricism* (Cambridge Companions to Philosophy, pp. 136-162). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CCOL0521791782.007>
- Moulines, C. U. (1982). *A Study in Protophysics*. En J. Agassi & R. S. Cohen (Eds.), *Scientific Philosophy Today* (p4). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-8462-2_13
- Moulines, C. (1985). Tipología axiomática de las teorías empíricas. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía*, 17(51), 41-69. <https://doi.org/10.22201/iifs.18704905e.1985.587>
- Norton, J. (1999). Geometries in Collision: Einstein, Klein and Riemann. En J. J. Gray (Ed.), *The Symbolic Universe: Geometry and Physics 1890-1930* (p). Oxford University Press.
- Priss, U. (2007). Formal concept analysis in information science. *Annual Review of Information Science and Technology*, 40(1), 521-543. <https://doi.org/10.1002/aris.1440400120>
- Rigutto, C. (2017). The landscape of online visual communication of science. *JCOM*, 16(02), C06. <https://doi.org/10.22323/2.16020306>
- Sotiriou, T. P., & Faraoni, V. (2010). $f(R)$ theories of gravity. *Reviews of Modern Physics*, 82, 451-497. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.82.451>
- Stjernfelt, F. (2007). *Diagrammatology: An Investigation on the Borderlines of Phenomenology, Ontology, and Semiotics*. Synthese Library. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5652-9>
- Suppe, F. (1989). *The Semantic Conception of Theories and Scientific Realism*. University of Illinois Press.
- Van Fraassen, B. (1986). Aim and Structure of Scientific Theories. En R. B. Marcus, G. J. Dorn & P. Weingartner (Eds.), *Logic, Methodology and Philosophy of Science VII, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics* (Vol. 114Éticapp. 307-318). Elsevier.
- Van Fraassen, B. (1996). *La imagen científica / The Scientific Image* (Problemas científicos y filosóficos). Paidós Iberica Ediciones S. A.
- Wille, R. (1982). Restructuring Lattice Theory: An Approach Based on Hierarchies of Concepts. En I. Rival (Ed.), *Ordered Sets* (p). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-009-7798-3_15
- Wille, R. (1996). Restructuring mathematical logic: an approach based on Peirce's pragmatism. En A. Ursini & P. Agliano (Eds.), *Logic and algebra* (p). Marcel Dekker.
- Will, C. (1993). *Theory and Experiment in Gravitational Physics*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511564246>